



## STOKASTİK TESLİM ZAMANLI PARALEL MAKİNE ÇİZELGELEME PROBLEMİ İÇİN BİR GENETİK ALGORİTMA

Feriştah ÖZÇELİK<sup>1\*</sup>, Tuğba SARAÇ<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Mühendislik Mimarlık Fakültesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, Eskişehir

ORCID No : <http://orcid.org/0000-0003-0329-203X>

<sup>2</sup> Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Mühendislik Mimarlık Fakültesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, Eskişehir

ORCID No : <http://orcid.org/0000-0002-8115-3206>

Anahtar Kelimeler	Öz
Stokastik teslim zamanı, İki aşamalı stokastik programlama, Paralel makine çizelgeleme problemi.	<i>İlişkisiz paralel makine çizelgeleme, hem sanayide hem de literatürde sıklıkla yer alan bir problemdir. Bu problemi ele alan çalışmalarda yaygın olarak kullanılan amaç fonksiyonlarından birisi toplam gecikmenin enküçüklenmesidir. İşlerin gecikmesinin önlenmesi, müşterilere ödenmesi gereken cezalar ve prestij kaybı gibi olumsuzlukların önlenmesi anlamına geldiğinden oldukça önemlidir. Teslim zamanları, gecikme sürelerini belirleyen parametredir. Müşterilerin üretim planlarının değişimine bağlı olarak siparişlerin teslim zamanlarının değişebilmesi, özellikle yan sanayi konumundaki firmaların karşılaşabildiği bir durum olduğundan, daha gerçekçi çizelgeler oluşturulması için teslim zamanlarının stokastik ele alınması gerekmektedir. Bu çalışmada ele alınan ilişkisiz paralel makine çizelgeleme probleminde (UPM) teslim zamanları stokastiktir. Bu çalışma kapsamında, iki aşamalı stokastik</i>

\*Sorumlu yazar; e-posta : [fdurmaz@ogu.edu.tr](mailto:fdurmaz@ogu.edu.tr)

doi : <https://doi.org/10.46465/endustrimuhendisligi.1461326>

*programlama modeli ve bir genetik algoritma (GA) geliştirilmiştir. Rassal türetilen test problemleri kullanılarak yapılan testler sonucunda geliştirilen GA ile önerilen modellerden daha başarılı çözümlere daha kısa sürede ulaşıldığı görülmüştür. Elde edilen sonuçlar, özellikle değişkenliği ve boyutu büyük olan problemleri stokastik ele almanın gerekliliğini ortaya koymuştur.*

## **A GENETIC ALGORITHM FOR THE PARALLEL MACHINE SCHEDULING PROBLEM WITH STOCHASTIC DUE DATES**

<b>Keywords</b>	<b>Abstract</b>
<i>Stochastic due dates, Two-stage stochastic programming, Parallel machine scheduling problem.</i>	<i>Unrelated parallel machine scheduling is a problem that is frequently confronted in both industry and literature. One of the objective functions commonly used in studies addressing this problem is the minimization of total tardiness. Preventing tardiness is very important as it means avoiding negative effects such as penalties from being paid to customers and loss of prestige. Due dates are the parameters that determine tardiness. Since the sub-industry companies can encounter a situation where customers can change their due dates depending on the change in their production plans, it is necessary to handle the due dates as stochastic in order to obtain more realistic schedules. In this study, due dates in unrelated parallel machine scheduling problem (UPM) are handled as stochastic. Within the scope of this study, a two-stage stochastic programming model and a genetic algorithm (GA) have been proposed. As a result of the tests using randomly generated test problems, it has been seen that more successful solutions are reached in a shorter time than the proposed models with the developed GA. The obtained results revealed the necessity of dealing with stochastic problems, especially with large variability and problem size.</i>
Araştırma Makalesi	Research Article
Başvuru Tarihi : 29.03.2024	Submission Date : 29.03.2024
Kabul Tarihi : 09.06.2024	Accepted Date : 09.06.2024

## 1. Giriş

En genel tanımıyla çizelgeleme, işlerin kaynaklara atanması ve sıralanmasıdır. Çizelgeleme literatüründe, personel çizelgeleme (Supciller ve Erbilek, 2021), sınav/ders çizelgeleme (Saraç, Özçelik ve Erdoğan, 2020) ve makine çizelgeleme gibi pek çok uygulama alanı mevcuttur. Makine çizelgeleme problemleri sanayideki yaygın kullanımı nedeniyle uzun yıllardır araştırmacıların ilgisini çeken alanlardan birisi olmuştur. Makine çizelgeleme problemleri üretim ortamlarına göre genellikle tek makine, paralel makine, akış tipi ve atölye tipi çizelgeleme problemleri olarak sınıflandırılmaktadır. Paralel makine çizelgeleme problemleri, makineler tamamen aynı özelliklere sahip ise özdeş, farklı özelliklere sahip ise ilişkisiz olarak adlandırılmaktadır. Makine çizelgeleme problemleri stokastik bir doğaya sahip olmalarına rağmen, birçok çalışmada problemin karmaşıklığı ile başa çıkabilmek için deterministik varsayılmaktadır. Ancak değişkenliğin dikkate alınmadığı bu varsayım, başarılı çözümlere ulaşmayı da engelleyebilmektedir.

Son yıllarda çizelgeleme literatüründe stokastik paralel makine çizelgeleme problemi ile ilgili çalışmaların arttığı görülmektedir. Bu çalışmalar Tablo 1’de verilmiştir. Gu ve Lu (2010) stokastik işlem süreli özdeş paralel makine çizelgeleme probleminde elde tutma maliyetini enküçüklemişlerdir. Liu, Chu, Zheng, Chu ve Liu (2021), özdeş paralel makine çizelgeleme problemini ele almıştır. İşlem süreleri ve hazır olma zamanları stokastiktir. Ele aldıkları problemin amacı, toplam beklenen maliyetin enküçüklenmesidir. Problemin çözümünde senaryo indirgeme tabanlı ayrıştırma algoritması kullanılmıştır. Buchem ve Vredevelde (2021) çalışmalarında hem özdeş hem de ilişkisiz paralel makine çizelgeleme problemlerini ele almışlardır. İşlem sürelerinin stokastik olduğu ve toplam beklenen ağırlıklı tamamlanma zamanının enküçüklendiği çalışmada, çözüm yaklaşımı olarak sıralama kuralları kullanılmıştır. Gupta, Moseley, Uetz ve Xie (2020) stokastik işlem süreli UPM için toplam beklenen ağırlıklı tamamlanma zamanını enküçükleyen açgözlü bir algoritma önermişlerdir. Zhang, Ma, Sun ve Zhang (2022) aynı problem için bir rasgele seçim algoritması geliştirmişlerdir. Novak, Sucha, Novotny, Stec ve Hanzalek (2022) stokastik işlem süreli UPM’nin çözümü için bir dal-fiyat algoritması geliştirmişlerdir. Bu algoritmada bilinen bir teslim tarihinden önce tüm işlerin tamamlanma olasılığı enbüyüklenmektedir. Gupta, Kumar, Nagarajan ve Shen (2021) stokastik işlem süreli UPM için bir yakınsama algoritması önermişlerdir. Amaç, son işin beklenen tamamlanma zamanının enküçüklenmesidir. Chou, Yang ve Wu (2020) enerji tüketiminin stokastik olduğu UPM için son işin tamamlanma zamanını enküçükleyen üç aşamalı bir çözüm yaklaşımı geliştirmişlerdir. Saraç, Özçelik ve Ertem (2023) sıra bağımlı hazırlık sürelerinin stokastik olarak ele alındığı UPM problemini ele almışlardır. Problemin çözümü için iki aşamalı stokastik programlama modeli ve bir genetik algoritma geliştirmişlerdir. Wang ve Qi (2023) bozulma ve öğrenme etkilerini dikkate alan çok amaçlı bir stokastik UPM problemini ele almışlardır ve benzetim yöntemiyle birleştirilmiş çok amaçlı bir çoklu evren algoritması önermişlerdir. Cao, Lin, Zhou, Zhou ve Sedraoui

(2023) işlem sürelerinin stokastik olduğu UPM problemini ele almışlardır. Problemin çözümü için iki aşamalı genetik algoritma geliştirmişlerdir.

Tablo 1

## Stokastik Paralel Makine Çizelgeleme Çalışmaları

Kaynak	Problem	Amaç fonksiyonu	Stokastik parametre	Çözüm Yaklaşımı
Gu ve Lu (2010)	SMS, IPMS	toplam beklenen elde tutma maliyeti	işlem süreleri	İspat, teorik çalışma
Liu ve diğ. (2021)	IPMS	toplam beklenen maliyet	işlem süreleri ve hazır olma zamanları	Senaryo indirgeme tabanlı ayrıştırma algoritması
Buchem ve Vredevelde (2021)	IPMS, UPMS	toplam beklenen ağırlıklı tamamlanma zamanı	işlem süreleri	Sıralama kuralları
Gupta ve diğ. (2020)	UPMS	toplam beklenen ağırlıklı tamamlanma zamanı	işlem süreleri	Açgözlü algoritma
Zhang ve diğ. (2022)	UPMS	toplam beklenen ağırlıklı tamamlanma zamanı	işlem süreleri	Rasgele Seçim Algoritması
Novak ve diğ. (2022)	UPMS	bilinen bir teslim tarihinden önce tüm işlerin tamamlanma olasılığı	işlem süreleri	Dal-Fiyat algoritması
Gupta ve diğ. (2021)	UPMS	son işin beklenen tamamlanma zamanı	işlem süreleri	Yakınsama Algoritması
Wang ve Qi (2023)	UPMS	son işin tamamlanma zamanı, toplam enerji tüketimi	işlem süreleri	Çoklu evren algoritması
Cao ve diğ. (2023)	UPMS	son işin tamamlanma zamanı	işlem süreleri	Genetik algoritma
Chou ve diğ. (2020)	UPMS	son işin tamamlanma zamanı, toplam enerji tüketimi	enerji tüketimi	Üç aşamalı bir çözüm yaklaşımı
Saraç ve diğ. (2023)	UPMS	son işin tamamlanma zamanı	hazırlık süresi	Genetik algoritma

SMS: Tek makine çizelgeleme, IPMS: Özdeş paralel makine çizelgeleme, UPMS: İlişkısiz paralel makine çizelgeleme.

Makine çizelgeleme problemlerinde kullanılan amaç fonksiyonları işletme ya da müşteri odaklı olabilmektedir. İşletme odaklı amaç fonksiyonlarından en yaygın kullanılanları son işin tamamlanma zamanının ve toplam tamamlanma zamanının enküçüklenmesidir. Tablo 1’de verildiği gibi literatürden erişilebilen çalışmaların çoğunda, işletme odaklı amaç fonksiyonları dikkate alınmıştır. Müşteri odaklı amaç fonksiyonlarından en öne çıkanı ise toplam gecikmenin enküçüklenmesidir. Gecikmelerin önlenmesi, işlerin gecikmesi nedeniyle müşterinin yaşayacağı memnuniyetsizliğin önlenmesi anlamına gelmektedir. Gecikme, bir ürün teslim zamanından sonra tamamlandıysa ortaya çıkar. Eğer bir müşteri teslim zamanını öne çekerse, daha önce gecikme yaşanmayan bir iş gecikebilir. Yan sanayi konumundaki firmalar, tedarikçisi oldukları işletmelerin üretim planlarına uyum sağlamak zorundadır. Bu nedenle bu firmalar için ana sanayi firmanın üretim planındaki her değişiklik teslim zamanlarının değişmesi anlamına gelir. Bazı sektörlerde üretim planı değişiklikleri ayda birkaç kez gibi önemli bir sıklıkta gerçekleşebildiğinden teslim zamanlarının belirsizliği kesinlikle göz önünde bulundurulmalıdır. Aksi halde yan sanayi firmalar büyük kayıplar yaşayabilirler. Bu nedenle müşterilerin teslim zamanlarını bir miktar öne çekmesi ya da ertelemesi durumlarında da başarılı olabilecek bir çizelge oluşturabilmek kritik hale gelmektedir. Stokastik teslim zamanları, Benmansour, Allaoui ve Artiba (2012), Jia (2001) ve Yue, Song, Jia, Wu ve Zhao (2020) tarafından ele alınmış olup, bu çalışmaların tamamı tek makine çizelgeleme ortamını dikkate almıştır.

Bu çalışmada, erişilebilen literatür dikkate alındığında toplam gecikmenin enküçüklendiği ilişkisiz paralel makine çizelgeleme probleminde stokastik teslim zamanları ilk kez ele alınmıştır. Problemin çözümü için iki aşamalı stokastik programlama modeli önerilmiştir. Sıra bağımlı hazırlık sürelerinin olduğu ve toplam gecikmenin enküçüklendiği ilişkisiz paralel makine çizelgeleme problemi NP-zordur (Logendran, McDonell ve Smucker, 2006). Bu problem stokastik olarak ele alındığında daha da zorlaşmaktadır. Bu nedenle büyük boyutlu problemlere daha kısa sürede başarılı çözümler elde edebilmek için bir genetik algoritma geliştirilmiştir.

Çalışmanın izleyen bölümlerinde sırasıyla, problem tanımı ve matematiksel model, önerilen çözüm yaklaşımları, deneysel sonuçlar ve sonuç ve öneriler sunulmuştur.

## 2. Problem Tanımı ve Matematiksel Model

Ele alınan problemde,  $m$  tane aynı işi farklı sürelerde yapabilen makine ve bu makinelerde işlem görecektir  $n$  adet iş bulunmaktadır. İşler sıfır zamanında hazırdır ve işlerin bölünmesine izin verilmemektedir. Her iş için bir hazırlık gerekmektedir ve bu hazırlık işleminin süresi, sıra ve makine bağımlıdır. İşlerin teslim zamanları deterministik ( $d_j^D$ ) ve stokastik ( $d_{jw}^S$ ) olmak üzere iki farklı yapıdadır. Stokastik olduğu durumda  $w$  adet senaryo söz konusudur. Her

senaryoda farklı bir teslim zamanı vardır ve her senaryonun gerçekleşme olasılığı ( $q_w$ ) söz konusudur. Bir makinede aynı anda birden fazla iş gerçekleştirilememektedir. Amaç, toplam gecikme süresinin enküçüklenmesidir.

Problemin teslim zamanlarının deterministik ve stokastik ele alındığı durumlar için deterministik matematiksel model (DUPM) ve stokastik matematiksel model (SUPM) olmak üzere iki model önerilmiştir. Önerilen modellerde kullanılan indis kümeleri, parametreler, karar değişkenleri, kısıtlar ve amaç fonksiyonları izleyen şekildedir.

*İndisler:*

İş indisi:  $i, j, k \in N = \{1, 2, \dots, n\}$

Makine indisi:  $l \in M = \{1, 2, \dots, m\}$

Senaryo indisi:  $w \in W = \{1, 2, \dots, r\}$

*Parametreler:*

$p_{jl}$ : iş  $j$ 'nin makine  $l$ 'deki işlem süresi

$h_{jl}$ : iş  $j$ , makine  $l$ 'nin ilk sırasına atanırsa gerekecek hazırlık süresi

$s_{ijl}$ : makine  $l$ 'de  $i$  işinden  $j$  işine geçilirken gerekecek makine ve sıra bağımlı hazırlık süresi

$d_j^D$ : iş  $j$ 'nin deterministik teslim zamanı

$d_{jw}^S$ :  $j$  işinin  $w$ . senaryodaki teslim zamanı

$q_w$ :  $w$ . senaryonun gerçekleşme olasılığı ( $q_w = \frac{1}{r}$ )

$M$ : pozitif sayı

*Karar Değişkenleri:*

$x_{jkl}$ : eğer iş  $j$  makine  $l$ 'de sıra  $k$ 'ya atandıysa 1, atanmadıysa 0

$C_j$ : iş  $j$ 'nin tamamlanma zamanı

$T_j^D$ : iş  $j$ 'nin gecikme süresi

$T_{jw}^S$ :  $j$  işinin  $w$ . senaryodaki gecikme süresi

**(DUPM)**

Amaç fonksiyonu:

$$enk z_{DUPM} = \sum_j T_j^D \quad (1)$$

Kısıtlar:

$$\sum_j x_{jkl} \leq 1 \quad \forall k, l \quad (2)$$

$$\sum_k \sum_l x_{jkl} = 1 \quad \forall j \quad (3)$$

$$\sum_j x_{jkl} - \sum_i x_{i(k-1)l} \leq 0 \quad \forall k, l \quad k > 1 \quad (4)$$

$$C_j \geq h_{jl} + p_{jl} - M(1 - x_{jkl}) \quad \forall j, k, l \quad k = 1 \quad (5)$$

$$C_j \geq C_i + p_{jl} + s_{ijl} - M(2 - x_{jkl} - x_{i(k-1)l}) \quad \forall i, j, k, l \quad i \neq j, k > 1 \quad (6)$$

$$T_j^D \geq C_j - d_j^D \quad \forall j \quad (7)$$

$$x_{jkl} \in \{0,1\} \quad \forall j, k, l \quad (8)$$

$$C_j \geq 0 \quad \forall j \quad (9)$$

$$T_j^D \geq 0 \quad \forall j \quad (10)$$

Amaç (1) toplam gecikme süresinin enküçüklenmesidir. Eş. (2) bir sıraya, birden fazla işin atanmasını engeller. Eş. (3) her işin bir makinenin bir sırasına atanmasını sağlar. Eş. (4) işler makinelere atanırken sıra atlanmasını engeller. Eş. (5) ve Eş. (6) ilk ve sonraki sıralardaki işlerin tamamlanma zamanını belirler. Eş. (7) iş  $j$ 'nin gecikme süresini hesaplar. Eş. (8)-(10) karar değişkenlerine ait işaret kısıtlarıdır.

**(SUPM)**

Amaç fonksiyonu:

$$enk z_{SUPM} = \sum_w q_w \sum_j T_{jw}^S \quad (11)$$

Kısıtlar:

$$(2)-(6), (8), (9)$$

$$T_{jw}^S \geq C_j - d_{jw}^S \quad \forall j, w \quad (12)$$

$$T_{jw}^S \geq 0 \quad \forall j, w \quad (13)$$

Stokastik modelde amaç (11) toplam gecikme süresinin bütün senaryolar üzerinden enküçüklenmesidir. Eş. (12) her işin her senaryodaki gecikme sürelerinin hesaplanmasını sağlamaktadır. Eş. (13)  $T_{jw}^S$  karar değişkenine ait işaret kısıtıdır.

### 3. Yöntem

Bu çalışmada Araştırma ve Yayın Etiğine uyulmuştur.

#### 3.1. İki Aşamalı Stokastik Programlama

Stokastik programlama, belirsizlik içeren karar problemlerinin çözümünde kullanılan yöntemlerden birisidir. Stokastik programa problemi, eşdeğer deterministik bir probleme dönüştürülerek, bilinen yöntemlerle çözülebilir. Problem parametreleri rassal değişkenler olarak tanımlanır ve bu şekilde belirsizlik dikkate alınabilir.

İki aşamalı stokastik programlamada belirsizlik devam ederken ilk aşama kararı alınmakta, ikinci aşamada belirsizlik ortadan kalktığına düzeltme kararı verilmektedir. Stokastik programlamada, deterministik yaklaşımdan farklı olarak her bir parametre için tek bir değer kullanılmamakta, onun yerine senaryolar aracılığıyla değişkenlik dikkate alınmaktadır. Her bir stokastik parametre için belirlenen senaryo sayısı kadar değer, varsayılan dağılımdan rassal olarak türetilmektedir. Böylece, değişkenliği dikkate alarak yapılan atamalar, uzun dönemde daha başarılı sonuçlar sağlamaktadır.

Stokastik doğası olan bir problemi, deterministik değil de stokastik olarak ele almanın sağladığı katkıya *VSS (stokastik çözümün değeri)* denir. Genellikle stokastik problemlerin çözümlerinin değerlendirilmesinde başarı kriteri olarak bu değer kullanılır. Ele alınan problem için *VSS* hesaplama yöntemi aşağıda verilmiştir.

*Adım 1:* SUPM modelini tüm senaryoları dikkate alarak çöz ve amaç fonksiyonu değerini ( $z_{SUPM}$ ) hesapla.

*Adım 2:* DUPM modelini kullanarak problemi çöz ve işlerin hangi makineye hangi sırada atandığını ( $x_{jkl}$ ) belirle.

*Adım 3:* Adım 2'de bulunan atamaları ( $x_{jkl}$ ) sabitleyerek SUPM modelini çöz ve amaç fonksiyonunun değerini ( $z_{SUPM}^D$ ) hesapla.

*Adım 4:* *VSS* değerini hesapla ( $VSS = z_{SUPM}^D - z_{SUPM}$ ).



### 3.2. Genetik Algoritma

Genetik algoritma (GA), popülasyon temelli bir evrimsel algoritmadır (Gen ve Cheng, 1997). GA, her bir çözümün kromozom ile gösterildiği ve popülasyon adı verilen birden fazla sayıda kromozomdan oluşan çok noktada eşzamanlı arama yapan yinelemeli bir prosedürdür. GA, daha başarılı çözümlere ulaşmak için her nesilde seçim, çaprazlama ve mutasyon operatörlerini kullanır.

*Çözüm gösterimi.* Bu çalışmada kullanılan kromozomda  $n$  adet gen iş numaralarına karşı gelmektedir. Ayrıca  $(m - 1)$  adet '\*' geni makineleri birbirinden ayırt etmek için kullanılmaktadır. Örneğin; ilk makineye 7, 5 ve 3 numaralı işlerin ikinci makineye 4 ve 6 numaralı işlerin ve son makineye 1 ve 2 numaralı işlerin belirtilen sıralarda atandığı çözüme karşı gelen kromozom Şekil 1'de verilmiştir.

7	5	3	*	4	6	*	1	2
---	---	---	---	---	---	---	---	---

Şekil 1. Örnek Bir Kromozom

*Uyum fonksiyonu ve seçim operatörü.* Bu çalışmada uyum fonksiyonu olarak DUPM ve SUPM modellerinin amaç fonksiyonları kullanılmıştır. Seçim operatörü turnuvadır ve turnuva büyüklüğü iki olarak alınmıştır.

*Çaprazlama operatörü.* OX çaprazlama operatörünü açıklamak için oluşturulan örnek, Şekil 2'de verilmiştir. Şekilden de görüldüğü gibi çaprazlama için seçilen iki kromozomun ilkinden (K1) rassal olarak seçilen bir parça, konumu korunarak çocuk kromozoma (Ç) aktarılır. Şekilde bu parça gri ile gösterilmiştir. Çocuk kromozomun kalan genleri, ikinci kromozomun (K2) genleri ile sırası korunarak ve mavi ile işaretlenmiş genler atlanarak doldurulur.

K1	7	5	3	*	4	6	*	1	2
----	---	---	---	---	---	---	---	---	---

K2	2	4	*	7	1	5	*	3	6
----	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Ç	2	*	7	1	4	6	5	*	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Şekil 2. OX Çaprazlama Operatörü

**Mutasyon operatörleri.** Bu çalışmada M1, M2, M3 olmak üzere üç farklı mutasyon operatörü sırasıyla %20, %40 ve %40 olasılıkla rassal seçilerek kullanılmıştır. M1 operatöründe (*insert*), kromozomdan rassal seçilen bir gen, aynı kromozomda rassal seçilen bir noktaya taşınır. M2 operatöründe (*swap*), kromozomun farklı konumlarında yer alan ve rassal seçilen iki gen, karşılıklı yer değiştirir. M3 operatöründe (*tek makinede swap*) ise, aynı makineye atanmış, rassal seçilen iki gen, karşılıklı yer değiştirir.

**GA parametreleri.** Geliştirilen GA için popülasyon büyüklüğü, çaprazlama oranı ve mutasyon oranı parametrelerinin değerleri literatürle uyumlu olacak şekilde sırasıyla 50, 0,75 ve 0,01 olarak alınmıştır (Saraç ve diğ., 2023). GA, 10000 nesil boyunca çözümü iyileştirememişse sonlandırılır.

#### 4. Deneysel Sonuçlar

Önerilen matematiksel modeller GAMS'te, GA ise Delphi'de kodlanmıştır. Bu bölümde sırasıyla test problemlerinin özellikleri, örnek problem ve test sonuçları alt başlıklar halinde sunulmuştur.

##### 4.1. Test Problemlerinin Türetilmesi

Test problemlerinde iş sayısı ( $n$ ), 10, 20, 30, 40 ve 50 olarak alınmıştır. Makine sayısı ( $m$ ) 2 ya da 3'tür. İşlem ve hazırlık süreleri ( $p_{ji}$ ,  $h_{ji}$ ,  $s_{ji}$ ) 1 ile 100 arasında kesikli düzgün dağılım kullanılarak türetilmiştir. Teslim tarihi ( $d_j$ ) Logendran ve diğ. (2020) önerdiğine benzer şekilde kesikli düzgün dağılım (KDD) kullanılarak türetilmiştir. Kullanılan formül Eşitlik (14)'de verilmiştir.

$$d_j \sim KDD \left[ \frac{\sum_j \sum_l p_{jl}}{m} \times \left( 1 - b_1 - \frac{b_2}{2} \right), \frac{\sum_j \sum_l p_{jl}}{m} \times \left( 1 - b_1 + \frac{b_2}{2} \right) \right] \quad (14)$$

Burada  $b_1$  ve  $b_2$  sıklık parametresidir.  $b_2$  değeri küçüldükçe teslim zamanı değeri sıkılaşır. Bu çalışmada  $b_1$  ve  $b_2$  değerleri  $b_1 = 0.8$  ve  $b_2 = 0.4$  veya 0.8 olarak alınmıştır. Toplamda 20 adet deterministik problem ( $5 \times 2 \times 2$ ) türetilmiştir.

Senaryolar oluşturulurken müşterilerin teslim zamanlarını en fazla %10 öne çekebildikleri ya da öteleyebildikleri birinci tip durum ( $s_1$ ) ve en fazla %30 öne çekebildikleri ya da öteleyebildikleri ikinci tip durum ( $s_2$ ) göz önünde bulundurulmuştur. Stokastik parametre değerlerinin oluşturulmasında, deterministik problem parametreleri kullanılmıştır.  $s_1$  tipindeki stokastik teslim zamanları,  $[0.9a_j^d; 1.1d_j^d]$  aralığında ve  $s_2$  tipindeki stokastik teslim zamanları ise  $[0.7a_j^d; 1.3d_j^d]$  aralığında KDD kullanılarak türetilmiştir. Toplamda 40 adet stokastik problem ( $5 \times 2 \times 2 \times 2$ ) türetilmiştir. Stokastik test problemlerinin isimleri  $n$ - $m$ -sıklık-değişkenlik formatındadır. Sıklık,  $(b_1, b_2) = (0.8, 0.4)$  olduğunda 1,  $(b_1, b_2) = (0.8, 0.8)$  olduğunda ise 2 değerini almaktadır. Örneğin, 10-3-1- $s_1$ , 10 işin, 3 makinede işlem göreceği, teslim zamanlarının sıkı ve

değişkenlik tipinin s1 olduğu problemi göstermektedir. Deterministik test problemlerinin gösteriminde değişkenlik tipi yerine problemin deterministik olduğunu göstermek amacıyla 'd' kodu kullanılmıştır.

100-4, 150-4, 200-5, 250-5 iş-makine içeren büyük boyutlu problemlerin tümünde, sıklık parametresi 1 olarak alınmıştır. Her problem için iki tip değişkenlik olmak üzere toplam 4 adet deterministik ve 8 adet stokastik büyük boyutlu problem türetilmiştir.

#### 4.2. Örnek Problem

Örnek problem olarak 10-3-2-s2 problemi kullanılmıştır. 3 paralel makinede işlenecek 10 işin olduğu problemin parametreleri Tablo 2-4'de verilmiştir. Problemin DUPM modeli ile çözülmesi sonucunda M1 makinesine 4, 8, 3 ve 1 numaralı işlerin, M2 makinesine 2, 9 ve 6 numaralı, M3 makinesine ise 5, 7 ve 10 numaralı işlerin belirtilen sıra ile atandığı görülmüştür. Örnek problemin SUPM modeli ile çözülmesi sonucunda M1 makinesine 4, 8, 3 ve 1 numaralı işlerin, M2 makinesine 2 ve 9 numaralı, M3 makinesine ise 5, 7, 10 ve 6 numaralı işler belirtilen sıra ile atanmıştır. DUPM modeli ile elde edilen çözüme karşı gelen Gantt Şeması Şekil 3'de, SUPM modeli ile elde edilen çözüme karşı gelen Gantt Şeması ise Şekil 4'de verilmiştir. Her iki Gantt şemasında da hazırlık süreleri gri renk ile gösterilmiştir.

Tablo 2

Deterministik Teslim Zamanı ( $d_j^p$ ), İlk Hazırlık Süreleri ( $h_{jl}$ ) ve İşlem Süreleri ( $p_{jl}$ ) Parametreleri

$j$	$d_j^p$	$h_{jl}$			$p_{jl}$		
		$l=1$	$l=2$	$l=3$	$l=1$	$l=2$	$l=3$
1	252	19	32	18	30	55	64
2	0	71	6	6	70	11	54
3	164	48	99	93	73	62	63
4	133	46	47	56	8	6	29
5	10	74	74	24	72	89	41
6	295	14	84	23	95	76	41
7	10	56	74	56	38	78	15
8	139	79	43	26	16	80	32
9	10	67	42	52	77	30	28
10	129	86	90	63	99	58	17

Tablo 3

Stokastik Teslim Zamanı Parametreleri ( $d_{jw}^S$ )

$j/w$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	196	300	324	177	178	192	208	191	278	314	296	208	284	251	185
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	145	145	201	139	124	204	203	179	184	165	193	123	200	194	201
4	149	115	161	150	107	144	162	136	99	120	144	112	102	165	98
5	10	7	9	8	9	12	8	8	12	9	11	11	10	11	10
6	363	308	263	349	264	379	234	212	374	354	227	328	378	222	320
7	9	12	13	9	10	8	9	13	12	11	7	13	10	8	8
8	179	111	175	179	149	148	170	179	149	119	178	180	135	138	140
9	12	11	8	10	7	9	7	9	8	10	13	11	8	11	8
10	143	119	95	155	110	145	134	96	125	159	110	151	94	167	150

$j/w$	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
1	241	306	236	290	229	246	310	250	264	183	257	219	214	288	277
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	151	125	154	162	161	133	140	159	117	179	141	178	190	146	183
4	159	132	170	151	145	120	151	128	165	111	130	148	99	149	95
5	12	8	9	11	9	11	7	9	9	9	11	10	9	8	10
6	339	240	361	209	322	291	214	352	343	256	318	293	375	229	277
7	8	12	12	12	12	12	10	9	12	7	10	11	13	13	12
8	137	123	179	157	137	146	118	120	106	129	111	164	103	178	129
9	8	12	13	10	8	9	13	12	13	8	12	7	10	12	9
10	145	142	132	155	114	109	92	147	105	132	117	155	147	143	122

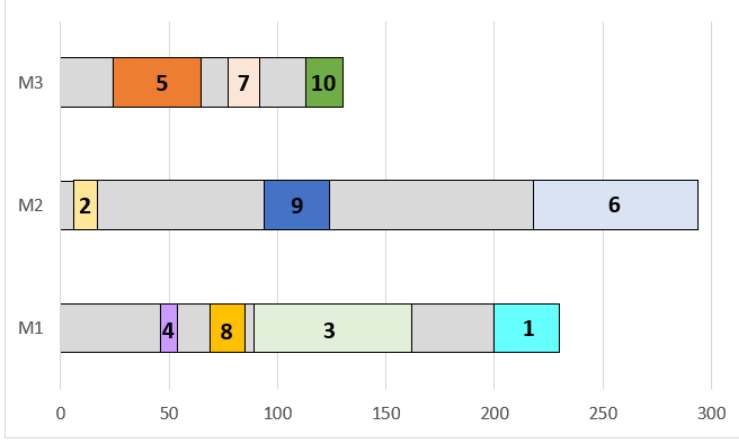
Tablo 4

Sıra Bağımlı Hazırlık Süreleri ( $s_{ijl}$ )

$i/j.l$	1.1	1.2	1.3	2.1	2.2	2.3	3.1	3.2	3.3	4.1	4.2	4.3	5.1	5.2	5.3
1	0	0	0	58	100	43	72	6	62	66	96	75	49	39	7
2	19	51	19	0	0	0	67	98	39	8	54	2	64	53	80
3	38	76	87	67	11	74	0	0	0	54	31	57	27	16	22
4	50	10	62	52	11	40	59	32	91	0	0	0	40	82	98
5	60	89	81	57	97	21	82	96	79	97	12	56	0	0	0
6	53	64	82	19	5	53	9	85	90	65	87	26	70	52	74
7	72	19	74	15	91	13	61	76	63	49	27	75	98	68	10
8	81	26	35	24	79	39	4	23	90	7	24	15	82	54	30
9	72	85	42	80	66	46	58	65	34	5	33	20	58	84	48
10	77	34	98	48	34	64	34	88	2	22	97	9	30	95	32

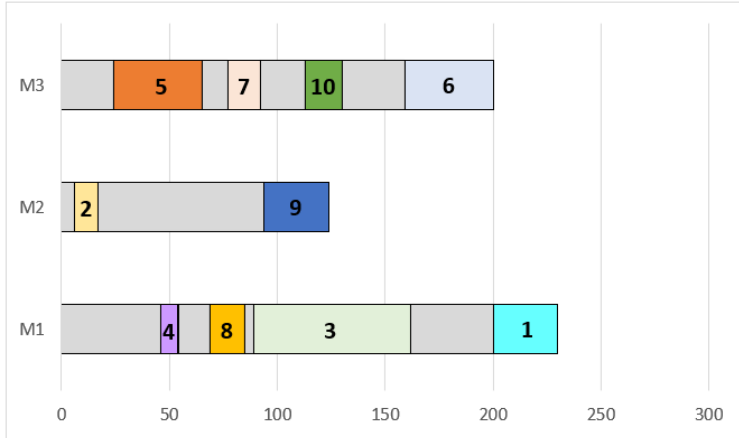
  

$i/j.l$	6.1	6.2	6.3	7.1	7.2	7.3	8.1	8.2	8.3	9.1	9.2	9.3	10.1	10.2	10.3
1	89	5	11	9	57	3	37	92	43	58	56	99	53	58	90
2	57	18	63	61	5	32	71	3	5	85	77	14	12	69	35
3	84	74	13	40	29	67	77	44	48	44	73	99	74	9	71
4	60	10	48	96	10	63	15	37	82	83	63	92	46	25	60
5	12	83	90	70	22	12	50	79	50	87	72	92	95	13	27
6	0	0	0	96	57	42	84	85	39	78	60	33	1	12	24
7	33	39	35	0	0	0	16	67	14	85	78	50	76	89	21
8	79	69	76	41	36	51	0	0	0	85	88	75	70	86	25
9	29	94	11	90	60	45	55	1	29	0	0	0	85	21	20
10	64	13	29	10	18	14	63	17	95	11	98	56	0	0	0



Şekil 3. DUPM Modeli İçin Gantt Şeması

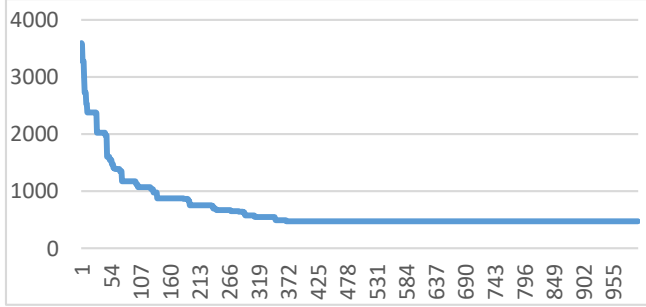
DUPM ile elde edilen amaç fonksiyonu değeri 269, SUPM ile elde edilen amaç fonksiyonu değeri ise 300,9 olarak elde edilmiştir. Modellerin çözüm süreleri sırasıyla 2061 ve 6122 saniyedir. Örnek problem için VSS 22,83 olarak bulunmuştur. Bu da problemin stokastik olarak ele alınmasıyla toplam gecikme süresinin 22,83 zaman birimi azaldığı anlamına gelmektedir.



Şekil 4. SUPM Modeli İçin Gantt Şeması

### 4.3. Test Sonuçları

Türetilen tüm test problemleri GAMS/Cplex ve geliştirilen GA ile çözülmüştür. Öncelikle, GA'nın çözümü iyileştirme performansını gösterebilmek amacıyla 20-3-2-s1 problemi için her nesilde elde edilen en başarılı amaç fonksiyonu değerleri kullanılarak yakınsama grafiği çizilmiştir. İlgili grafik Şekil 5'de verilmiştir.



Şekil 5. GA Yakınsama Grafiği

Şekil 5'den de görülebileceği gibi GA en başarılı amaç fonksiyonu değeri olarak ilk nesilde 3591,43'e ulaşırken düzenli bir şekilde azalarak 403. nesilde 475,53'e yakınsamıştır.

Test problemleri DUPM ve SUPM modelleri kullanılarak GAMS/Cplex ile ve önerilen GA ile çözülmüştür. GAMS/Cplex için süre limiti 7200 saniyedir. GA için ise tekrar sayısı 20'dir. 150 ve daha büyük boyutlu problemlere GAMS/Cplex ile çözüm bulunamadığından önerilen GA'nın büyük boyutlu problemlerdeki performansını gösterebilmek amacıyla Perez-Gonzalez, Fernandez-Viagas, Garcia ve Framinan (2019) tarafından önerilen H4 sezgiseli ele alınan probleme uyarlanmıştır. H4 sezgiseli, sıra bağımlı hazırlık süreli ve makine uygunluk kısıtlı deterministik ilişkisiz paralel makine çizelgeleme problemlerinin çözümü için önerilmiştir. Bu çalışmadaki stokastik yapıyı dikkate alabilmek için H4 sezgiseli, stokastik teslim zamanlarının beklenen değerini dikkate alacak şekilde uyarlanmıştır. Deterministik problemlerin test sonuçları Tablo 5'te, s1 ve s2 tipindeki stokastik problemlerin sonuçları ise sırasıyla Tablo 6 ve 7'de verilmiştir. Tabloların ilk sütununda test problemlerinin adı, ikinci ve üçüncü sütunlarında GAMS/Cplex ile elde edilen amaç fonksiyonu değeri ( $Z_{DUPM}$ ,  $Z_{SUPM}$ ) ve çözüm süresi ( $t_{DUPM}$ ,  $t_{SUPM}$ ), sonraki sütunlarda ise sırasıyla uyarlanmış H4 sezgiseli (SA) ve önerilen GA ile elde edilen amaç fonksiyonu değerleri ( $Z_{SA}$ ,  $Z_{GA}$ ) ve çözüm süreleri ( $t_{SA}$ ,  $t_{GA}$ ) verilmiştir. Stokastik problemlerin test sonuçlarının yer aldığı Tablo 6 ve 7'nin son sütununda ise VSS değerleri verilmiştir. Matematiksel modellerden daha başarılı çözümler elde ettiği ve tüm problemlere

en başarılı amaç fonksiyonu değerlerini bulabildiği için VSS değerlerinin hesaplanmasında GA kullanılmıştır.

Tablo 5

Deterministik Problemlerin Test Sonuçları

<i>problem</i>	<i>GAMS/Cplex</i>		<i>SA</i>		<i>GA</i>	
	$z_{DUPM}$	$t_{DUPM}$	$z_{SA}$	$t_{SA}$	$z_{GA}$	$t_{GA}$
10-2-1-d	<b>736</b>	1777	<b>736</b>	1	<b>736</b>	1
10-2-2-d	<b>397</b>	1463	411	1	<b>397</b>	1
10-3-1-d	<b>373</b>	3652	382	1	<b>373</b>	1
10-3-2-d	<b>269</b>	2061	300	1	<b>269</b>	1
20-2-1-d	1926	7200	3214	1	<b>1641</b>	1
20-2-2-d	1215	7200	1471	1	<b>1026</b>	1
20-3-1-d	938	7200	1321	1	<b>657</b>	1
20-3-2-d	526	7200	826	1	<b>475</b>	1
30-2-1-d	3165	7200	4438	1	<b>1951</b>	1
30-2-2-d	1079	7200	2188	1	<b>730</b>	1
30-3-1-d	374	7200	1348	1	<b>163</b>	1
30-3-2-d	2043	7200	2299	1	<b>1282</b>	1
40-2-1-d	8370	7200	7599	1	<b>2614</b>	2
40-2-2-d	7495	7200	7562	1	<b>3294</b>	3
40-3-1-d	3797	7200	3526	1	<b>1242</b>	3
40-3-2-d	3342	7200	3386	2	<b>1616</b>	3
50-2-1-d	18307	7200	12993	2	<b>4265</b>	4
50-2-2-d	19286	7200	13715	3	<b>8220</b>	8
50-3-1-d	9939	7200	3501	3	<b>789</b>	8
50-3-2-d	9971	7200	6486	4	<b>2313</b>	9
100-4-1-d	54471	7200	2763	10	<b>100</b>	72
150-4-1-d	-	7200	8740	11	<b>239</b>	74
200-5-1-d	-	7200	7930	12	<b>194</b>	177
250-5-1-d	-	7200	20383	14	<b>766</b>	397

Tablo 5-7'den de görülebileceği gibi, DUPM ve SUPM modelleri ile sadece 10 boyutlu problemlerin eniyi çözümleri elde edilebilmiştir. Önerilen GA, bu problemlerin tümünde eniyi çözümlere erişebilmiştir. 20 ve daha büyük boyutlu problemlerde GA ile DUPM ve SUPM modellerinden daha kısa sürelerde daha başarılı çözümlere ulaşılmıştır. 150-4-1-d, 200-5-1-d, 250-5-1-d problemlerine DUPM ile 150-4-1-s1, 200-5-1-s1, 250-5-1-s1, 150-4-1-s2, 200-5-1-s2 ve 250-5-1-s2 problemlerine SUPM modeli ile uygun çözüm bulunamamıştır. İlgili problemler için SA ve GA sonuçları karşılaştırıldığında, GA ile daha başarılı amaç fonksiyonu değerleri elde edildiği görülmüştür.



Tablo 6 ve 7, elde edilen VSS değerleri açısından incelendiğinde, teslim zamanlarındaki değişkenlik ve problem boyutu arttıkça VSS değerinin de arttığı görülmektedir. Örneğin 250-5-1-s2 problemi için VSS değeri 7994,73 olarak elde edilmiştir. Toplam gecikme, problemi stokastik ele alarak yaklaşık %93 oranında azaltılmıştır. Elde edilen sonuçlar, özellikle değişkenliği ve problem boyutu büyük olan problemleri stokastik ele almanın gerekliliğini ortaya koymuştur.

Tablo 6

## s1 Problemlerinin Test Sonuçları

problem	GAMS/Cplex		SA		GA		VSS
	$z_{SUPM}$	$t_{SUPM}$	$z_{SA}$	$t_{SA}$	$z_{GA}$	$t_{GA}$	
10-2-1-s1	<b>740.63</b>	2575	<b>740.63</b>	1	<b>740.63</b>	1	0.00
10-2-2-s1	<b>398.47</b>	1997	411.93	1	<b>398.47</b>	1	0.00
10-3-1-s1	<b>373.33</b>	3183	408.60	1	<b>373.33</b>	1	0.00
10-3-2-s1	<b>274.43</b>	5207	288.53	1	<b>274.43</b>	1	6.13
20-2-1-s1	2319.20	7200	2426.17	1	<b>1667.17</b>	1	0.00
20-2-2-s1	1657.93	7200	2128.33	1	<b>963.28</b>	1	70.25
20-3-1-s1	910.20	7200	944.90	1	<b>682.83</b>	1	0.00
20-3-2-s1	617.53	7200	868.67	1	<b>475.53</b>	1	7.54
30-2-1-s1	3188.27	7200	4057.03	1	<b>1924.03</b>	1	44.10
30-2-2-s1	2643.13	7200	2327.07	1	<b>762.30</b>	1	28.67
30-3-1-s1	1290.97	7200	904.90	1	<b>168.53</b>	1	10.04
30-3-2-s1	2404.03	7200	2636.90	1	<b>1264.93</b>	2	51.20
40-2-1-s1	8818.40	7200	8312.23	5	<b>2616.20</b>	22	85.90
40-2-2-s1	8451.87	7200	8537.17	4	<b>2961.03</b>	18	345.37
40-3-1-s1	6086.83	7200	4107.87	4	<b>1217.57</b>	7	69.19
40-3-2-s1	4447.83	7200	3547.67	6	<b>1629.07</b>	13	37.06
50-2-1-s1	20473.80	7200	12449.53	8	<b>4334.77</b>	20	26.66
50-2-2-s1	20536.43	7200	12284.17	9	<b>7904.83</b>	22	479.70
50-3-1-s1	9287.57	7200	4541.07	11	<b>724.03</b>	36	151.10
50-3-2-s1	11943.47	7200	5060.13	20	<b>2327.00</b>	57	44.07
100-4-1-s1	57903.20	7200	2364.3	21	<b>87.27</b>	33	135.86
150-4-1-s1	-	7200	11005.7	31	<b>97.00</b>	228	420.96
200-5-1-s1	-	7200	6520.73	38	<b>113.53</b>	178	495.27
250-5-1-s1	-	7200	18611.87	42	<b>644.90</b>	537	729.57

Tablo 7

## s2 Problemlerinin Test Sonuçları

problem	GAMS/Cplex		SA		GA		VSS
	$z_{SUPM}$	$t_{SUPM}$	$z_{SA}$	$t_{SA}$	$z_{GA}$	$t_{GA}$	
10-2-1-s2	<b>753.77</b>	3193	756.60	1	<b>753.77</b>	1	2.83
10-2-2-s2	<b>418.03</b>	2546	<b>418.03</b>	1	<b>418.03</b>	1	0.00
10-3-1-s2	<b>389.93</b>	7200	<b>389.93</b>	1	<b>389.93</b>	1	0.00
10-3-2-s2	<b>300.90</b>	6122	318.67	1	<b>300.90</b>	1	22.83
20-2-1-s2	1778.53	7200	2621.93	1	<b>1708.33</b>	1	0.00
20-2-2-s2	1703.90	7200	1809.57	1	<b>1108.47</b>	1	0.00
20-3-1-s2	1152.20	7200	874.63	1	<b>793.57</b>	1	0.00
20-3-2-s2	690.83	7200	838	1	<b>485.70</b>	1	65.30
30-2-1-s2	3721.73	7200	4238.33	1	<b>2087.47</b>	2	60.90
30-2-2-s2	3733.10	7200	2694.90	1	<b>889.13</b>	3	225.47
30-3-1-s2	1420.13	7200	1535.10	1	<b>271.13</b>	1	34.47
30-3-2-s2	2337.47	7200	3163.53	1	<b>1286.90</b>	6	226.77
40-2-1-s2	7975.83	7200	6954.70	3	<b>3044.37</b>	7	18.13
40-2-2-s2	9174.53	7200	8622.73	4	<b>3421.87</b>	11	378.23
40-3-1-s2	5868.00	7200	4063.40	5	<b>1315.30</b>	3	267.33
40-3-2-s2	3777.17	7200	2987.93	6	<b>1711.67</b>	10	264.73
50-2-1-s2	17796.93	7200	11973.07	10	<b>4491.57</b>	23	440.96
50-2-2-s2	23399.87	7200	14209.83	11	<b>8886.87</b>	25	139.56
50-3-1-s2	10462.57	7200	4483.27	12	<b>1085.80</b>	30	274.27
50-3-2-s2	13587.00	7200	6329.53	18	<b>2530.80</b>	34	384.43
100-4-1-s2	54584.10	7200	3634.77	25	<b>112.50</b>	125	1168.50
150-4-1-s2	-	7200	12881.97	33	<b>191.00</b>	510	3487.83
200-5-1-s2	-	7200	12306.57	43	<b>121.80</b>	345	3810.77
250-5-1-s2	-	7200	29934.27	52	<b>584.00</b>	974	7994.73

## 5. Sonuç ve Öneriler

Bu çalışmada müşterilerin üretim planlarının değişimine bağlı olarak siparişlerin teslim zamanlarının değişebildiği, bu nedenle teslim zamanlarının stokastik olduğu ve toplam gecikmenin enküçüklendiği ilişkisiz paralel makine çizelgeleme problemi ele alınmıştır. Genellikle yan sanayi konumundaki firmaların karşılaştığı bu problem için iki aşamalı stokastik programlama modeli ve bir GA önerilmiştir. Yöntemlerin performansı, 250 iş ve 5 makineye kadar farklı büyüklüklerde, az ve çok değişkenlik içerecek şekilde rassal türetilen 24 deterministik ve 48 stokastik test problemi kullanılarak gösterilmiştir. Geliştirilen GA ile önerilen modellerden daha başarılı çözümlere daha kısa sürede ulaşılmıştır. Elde edilen sonuçlar, özellikle değişkenliği ve problem boyutu büyük olan problemlerde teslim zamanlarındaki değişkenliği göz önünde bulundurmanın gerekliliğini ortaya koymuştur.

Gelecekte teslim zamanlarını stokastik ele almanın toplam gecikme üzerine etkileri farklı makine ortamları için incelenebilir.

### Araştırmacıların Katkısı

Bu araştırmada; Feriştah ÖZÇELİK, fikrin oluşması, literatür taraması, çözüm yöntemlerinin geliştirilmesi, testlerin yapılması, makale metninin yazımı başlıklarında; Tuğba SARAÇ, fikrin oluşması, literatür taraması, çözüm yöntemlerinin geliştirilmesi, testlerin yapılması, makale metninin yazımı başlıklarında katkı sunmuşlardır.

### Çıkar Çatışması

Yazarlar tarafından herhangi bir çıkar çatışması beyan edilmemiştir.

### Kaynaklar

- Benmansour, R., Allaoui, H. ve Artiba, A. (2012). Stochastic single machine scheduling with random common due date. *International Journal of Production Research*, 50(13), 3560-3571. Doi: <https://doi.org/10.1080/00207543.2012.671589>
- Buchem, M. ve Vredevelde, T. (2021). Performance analysis of fixed assignment policies for stochastic online scheduling on uniform parallel machines. *Computers and Operations Research*, 125, 105093. Doi: <https://doi.org/10.1016/j.cor.2020.105093>
- Cao, Z., Lin, C., Zhou, M., Zhou, C. ve Sedraoui, K. (2023). Two-stage genetic algorithm for scheduling stochastic unrelated parallel machines in a just-in-time manufacturing context. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 20(2), 936-949. Doi: <https://doi.org/10.1109/TASE.2022.3178126>
- Chou, Y.L., Yang, J.M. ve Wu, C.H. (2020). An energy-aware scheduling algorithm under maximum power consumption constraints. *Journal of Manufacturing Systems*, 57, 182-197. Doi: <https://doi.org/10.1016/j.jmsy.2020.09.004>
- Gen, M. ve Cheng, R. (1997). *Genetic algorithms and engineering design*, John Wiley and Sons.
- Gu, M. ve Lu, X. (2010). Stochastic scheduling problem with varying weight for each job. *Asia-Pacific Journal of Chemical Engineering*, 5, 681-689. Doi: <https://doi.org/10.1002/apj.386>
- Gupta, A., Kumar, A., Nagarajan, V. ve Shen, XK. (2021). Stochastic load balancing on unrelated machines. *Mathematics of Operations Research*, 46(1), 115-133. Doi: <https://doi.org/10.1287/moor.2019.1049>
- Gupta, V., Moseley, B., Uetz, M. ve Xie, Q. (2020). Greed Works—Online algorithms for unrelated machine stochastic scheduling. *Mathematics of*

- Operations Research*, 45(2), 497-516. Doi: <https://doi.org/10.1287/moor.2019.0999>
- Jia, C. (2001). Stochastic single machine scheduling with an exponentially distributed due date. *Operations Research Letters*, 28, 199-203. Doi: [https://doi.org/10.1016/S0167-6377\(01\)00065-7](https://doi.org/10.1016/S0167-6377(01)00065-7)
- Liu, X., Chu, F., Zheng, F., Chu, C. ve Liu, M. (2021). Parallel machine scheduling with stochastic release times and processing times. *International Journal of Production Research*, 59(20), 6327-6346. Doi: <https://doi.org/10.1080/00207543.2020.1812752>
- Logendran, R., McDonell, B. ve Smucker, B. (2006). Scheduling unrelated parallel machines with sequence-dependent setups. *Applied Mathematics and Computation*, 181(2), 1008-1017. Doi: <https://doi.org/10.1016/j.cor.2006.02.006>
- Novak, A., Sucha, P., Novotny, M., Stec, R. ve Hanzalek, Z. (2022). Scheduling jobs with normally distributed processing times on parallel machines. *European Journal of Operational Research*, 297(2), 422-441. Doi: <https://doi.org/10.1016/j.cor.2006.02.006>
- Perez-Gonzalez, P., Fernandez-Viagas, V., Garcia, M.Z. ve Framinan, J.M. (2019). Constructive heuristics for the unrelated parallel machines scheduling problem with machine eligibility and setup times. *Computers and Industrial Engineering*, 131, 131-145. Doi: <https://doi.org/10.1016/j.cie.2019.03.034>
- Saraç, T., Özçelik, F. ve Erdoğan, H. (2020). A Goal Programming Model for The Make-up/Compensation Examination Problem. *Pamukkale University Journal of Engineering Sciences*, 26(1), 203-210. Doi: <https://doi.org/10.5505/pajes.2019.01033>
- Saraç, T., Ozcelik, F. ve Ertem, M. (2023). Unrelated parallel machine scheduling problem with stochastic sequence dependent setup times. *Operational Research*, 23(3), 46. Doi: <https://doi.org/10.1007/s12351-023-00789-3>
- Supciller, A.A. ve Erbilek, P. (2021). Scheduling of part time personnel in a university library with AHP and goal programming. *Pamukkale University Journal of Engineering Sciences*, 27(1), 1-12. Doi: <https://doi.org/10.5505/pajes.2020.86383>
- Wang, L. ve Qi, Y. (2023). Scheduling an Energy-Aware Parallel Machine System with Deteriorating and Learning Effects Considering Multiple Optimization Objectives and Stochastic Processing Time. *CMES-Computer Modeling in Engineering & Sciences*, 135(1), 325-339. Doi: <https://doi.org/10.32604/cmcs.2022.019730>
- Yue, F., Song, S.J., Jia, P., Wu, G.P. ve Zhao, H. (2020). Robust single machine scheduling problem with uncertain job due dates for industrial mass

production. *Journal of Systems Engineering and Electronics*, 31(2), 350-358.  
Doi: <https://doi.org/10.23919/JSEE.2020.000012>

Zhang, X.Y., Ma, R., Sun, J. ve Zhang, Z.B. (2022). Randomized selection algorithm for online stochastic unrelated machines scheduling. *Journal of Combinatorial Optimization*, 44, 1796–1811. Doi: <https://doi.org/10.1007/s10878-020-00542-y>