

8x8 TEKERLEKLİ ARAÇLAR İÇİN ARAÇ DİNAMİKLERİ BENZETİMİ İLE DÖNÜŞ YARIÇAPI HESAPLARI

İsmail Göçer¹, Yalın Şahin²

1. GİRİŞ

Mühendislik projelerinde görev alan sistem mühendisliği, müşterinin istekleri ile ürünün teknik özellikleri arasındaki ilişkiyi kurarak sistem gereksinimlerinin belirlenmesini sağlar. Bu gereksinimler, sistem düzeyinde ya da alt sistem özelinde tanımlanabilmektedir. Askeri zırhlı araç projelerindeki gereksinimlerin temel öğelerinden biri, hareket yeteneği gereksinimleridir. Dik engel tırmanma, hendek geçme, dik ve yan eğimde hareket yeteneği (%60 dik eğim ve %30 yan eğim vb.) bu gereksinimlere örnektir. Aracın dar alanlardaki dönüş yeteneği ise en düşük dönüş yarıçapı ile değerlendirilmektedir.

Bu tür gereksinimlerin değerlendirilmesi ve ürün teslim

edilinceye kadar araç üzerinde sağlanabilmesi için proje mühendisliği, test mühendisliği, sistem mühendisliği ve modelleme-simülasyon gibi mühendislik birimleri çeşitli yöntemler takip etmektedir. Bunlardan birisi, üretilen araç örnekleri (prototipleri) ile testlerin yapılmasıdır. Fakat her projede araç ilk örneklerinin üretilmesi, proje takvimleri ve maliyet uygunluğu açısından uygun olmayabilir. Diğer bir yöntem ise, özellikle prototip araç üretimi yapılamadığı durumlarda, ya da projenin ilerleyen aşamalarında alınması gereken kararların önceden belirlenebilmesi için matematiksel benzetim yöntemidir. Oluşturulan matematiksel modeller gerçek sistemin benzetimi olup; testler ile yapılan doğrulamalar ve sonrasında gerçekleştirilen iyileştirmeler ile birlikte bu modellerin çıktıkları gerçek sistemin çıktıklarına yaklaştırılmaktadır. Dolayısıyla mate-

¹ Mak. Yük. Müh., - ismail.gocer@fnss.com.tr

² Mak. Müh., - yalin.2000@hotmail.com

matiksel modeller ürün geliştirme süreçlerinde oldukça faydalı bir araç olmaktadır.

FNSS Savunma Sistemleri A.Ş.'de çalışmaları yürüten Modelleme ve Simülasyon Birimi, zırhlı, tekerlekli ve paletli araçların hareket yeteneklerini, bilgisayar ortamında oluşturulmuş modeller ile değerlendirme konusunda uzmanlaşmıştır. Bu makalenin konusu olan 8x8 tekerlekli araçlar için hazırlanmış dinamik hareket yeteneği olan araç modeli, dümenleme hareketlerinin değerlendirilmesinde kullanılmaktadır.

Fren hatlarında yaşanabilecek bir arıza sonucunda, frenlemenin şoför ve yolcu güvenliği açısından incelenmesini içeren bir çalışma, bu modelin hazırlanmasına yol açmıştır [1]. Buna ek olarak söz konusu model, FNSS araçlarının dönüş yarıçapı hesaplamalarında da kullanılmaktadır.

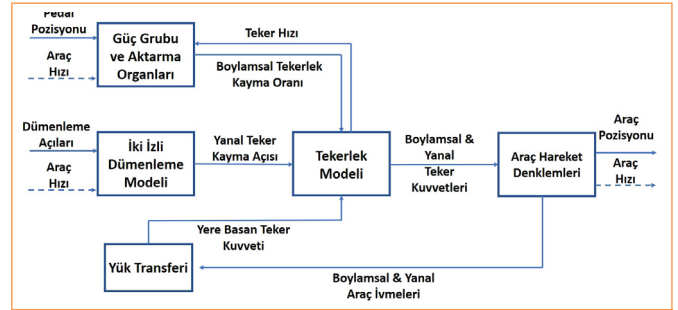
Bu yazıda, 8x8 tekerlekli araçların hareket denklemlerinin matematiksel olarak modellenmesi ve bu model kullanılarak en küçük dönüş yarıçapı manevrasının benzetimi anlatılmaktadır. İlk olarak modelin genel görünümü ve alt sistemlerin kendi arasındaki ilişkileri, ardından da alt sistemlerin temel denklemleri aktarılmıştır. Sonrasında ise, dönüş yarıçapı hesaplarının nasıl yapıldığı anlatılıp, son bölümde ise gerçek test verileri ile yapılan karşılaştırmalar değerlendirilmiştir.

Modelin belirgin özelliklerini özetlemek gerekirse, tekerlek dinamiği benzetimi için doğrusal olmayan Pacejka modeli [2] kullanılmıştır. Bu yöntemde kullanılan katsayılar gerçek tekerlek testleri ile elde edilmiş olup, araç dinamikleri çalışmalarında sonuçların daha doğru hesaplanmasına katkı sağlamaktadır. Literatürdeki benzeri iki izli araç modellerinden [3-4] farklı olarak modelde, güç grubu ve aktarma organları da modellenmiştir.

2. ARAÇ MODELİ GENEL GÖRÜNÜMÜ

8x8 tekerlekli aracın benzetim modeli çeşitli alt bölümlerden oluşmaktadır. Bunlar: 1) Güç grubu, 2) İki izli dümenleme modeli 3) Yük transferi modeli 4) Tekerlek modeli ve 5) Araç gövde denklemleri modelidir. Belirtilen alt bölümlerin birbirleriyle ilişkisi Şekil 1'de gösterilmiştir.

Sistemdeki temel girdiler, gaz ve fren pedal pozisyonu bilgisi ve tekerleklerin dümenleme açılarıdır. Şoförün uyguladığı pedal pozisyonuna göre motorda oluşan tork, aktarma organları aracılığıyla tekerleklere kadar ulaşmaktadır. Bu torkun sonucu olarak tekerleklerin açılma hızı, te-



Şekil 1. Araç Matematiksel Modelinin Alt Bölümleri ve İlişkileri

kerlek göbeğinin çizgisel hızına oranla, belirli bir kayma oluşturmaktadır (Güç Grubu ve Aktarma Organları). Bu kayma oranı, tekerlek modelinde boylamsal kuvvetlerin hesaplanmasında kullanılır.

Benzer şekilde tekerleklerin dümenleme açısı, tekerlek yanal kayma açılarını oluşturur (İki İzli Dümenleme Modeli). Tekerlek modeli yanal kayma açılarını kullanarak yanal tekerlek kuvvetlerini hesaplamaktadır.

Yük transferi bloğu tarafından hesaplanan her bir tekerleğin yere basan dik kuvveti, tekerlek kuvvetlerinin hesaplanmasında kullanılan diğer bir temel girdidir. Tekerleklerin boylamsal ve yanal kuvvetleri ile aracın üzerine etkiyen diğer kuvvetler (Örneğin direnç kuvvetleri) hareket denklemleri aracılığıyla aracın ivme, hız ve konum bilgilerinin hesaplanmasında kullanılır (Araç Hareketleri Denklemleri). Burada hesaplanan boylamsal ve yanal ivme verileri de, yük transferi bölümüne tekrar beslenir. Bu şekilde modeldeki döngünün tamamlanması sağlanır. Araç modeli toplam 22 serbestlik derecesinden (Degree of Freedom) oluşmaktadır. Bunlar aşağıdaki tabloda özetlenmiştir (Tablo 1).

Tablo 1. Model Serbestlik Derecesi Tablosu

Ekipman	Serbestlik Derecesi	Serbestlik (Hareket Eksen)	Uygulandığı Model Bloğu
Araç Gövdesi	3	Boylamsal (X), Yanal (Y), Zıplama (Z),	Araç Hareket Denklemleri
	3	Yatış (X) Yunuslama (Y), Sapma (Z)	Yük Transferi Modeli
Tekerlekler	8	Zıplama x8 (Z_{Tekerlek})	Yük Transferi Modeli
	8	Dönme x8 (Y_{Tekerlek})	Güç Grubu ve Aktarma Organları

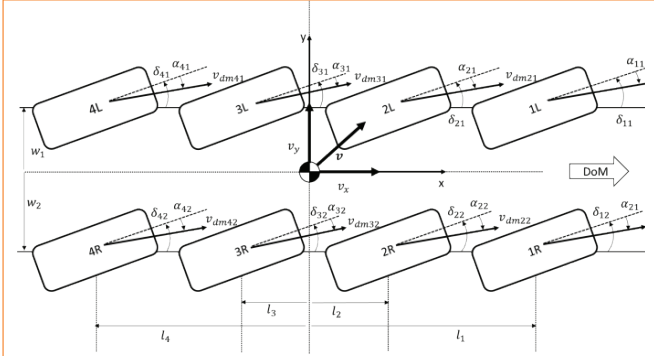
Bu makalede modellenen iki aracın genel özellikleri Tablo 2'de paylaşılmıştır.

Tablo 2. Araçların Temel Parametreleri

Özellik	Araç 1	Araç 2
Uzunluk	8.6 m	7.8 m
Genişlik	3.2 m	3.1 m
Toplam Aks Sayısı	4	4
Tekerlekleri Dümenlenebilen Akslar	1,2,3,4	1,2,3,4
Tahrik Modu	8x8	8x8

2.1 İki İzli Dümenleme Modeli

Araç modelinin yanal hareketleri iki izli dümenleme modeli (Two Track Handing Model) yaklaşımı ile oluşturulmuştur. Bu model kullanılarak tekerleklerin yanal kayma açıları hesaplanmakta ve bu açılar daha sonra yanal tekerlek kuvvetlerinin hesaplanmasında kullanılmaktadır. 8x8 bir askeri aracın tekerleklerinin pozitif yönlü açı tanımları Şekil 2'de gösterilmektedir:



Şekil 2. 8x8 Askeri Aracın Tekerleklerinin Pozitif Yönlü Açı Tanımları

Bu şekilde gösterilen δ sembolü tekerleklerin dümenleme açısını, α ilgili tekerleğin kayma açısını, v_{dm} tekerleğin yönelim doğrultusundaki hız vektörünü, l_i i numaralı aksın aracın ağırlık merkezine olan uzaklığını, w_i ise yarı tekerlek açıklığını temsil etmektedir. Her tekerleğin kayma açısı kinematik ilişkiler kullanılarak eşitlik (1)'de olduğu gibi hesaplanmıştır:

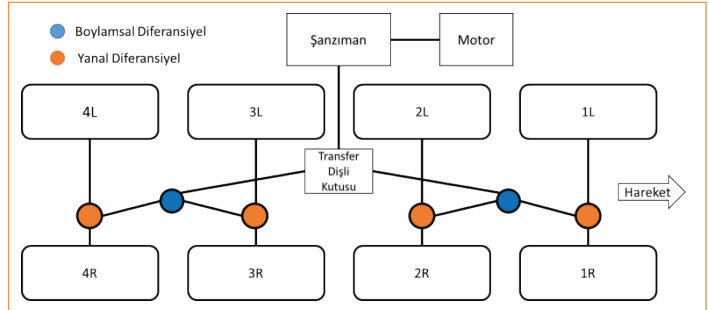
$$\alpha_{ij} = \delta_{ij} - \text{atan}\left(\frac{v_{ydmij}}{v_{xdmij}}\right) \quad (1)$$

$$\alpha_{ij} = \delta_{ij} - \text{atan}\left(\frac{\vec{v}_y + \vec{l}_i \times \vec{\psi}}{\vec{v}_x + \vec{\omega}_i \times \vec{\psi}}\right)$$

Bu eşitlikte kullanılan i alt simgesi aks numarasını (ön aks 1 olacak şekilde), j alt simgesi sağ ya da sol tekerlek numarasını (1 ise sol), v_{xdm} aracın hareket yönelim doğrultusundaki boylamsal hızını, v_{ydm} yanal hızını, ψ ise aracın sapma hızını (yaw rate) simgelemektedir.

2.2 Güç Grubu Modeli

Aracın güç grubu; motor, şanzıman, transfer dişli kutusu, diferansiyel sistemleri ve son dişli bloklarından oluşmaktadır (Şekil 3). Transfer dişli kutusu gücün ön ve arka ikili aks grubu arasında dağıtımından sorumludur.



Şekil 3. Aracın Güç Aktarma Organları

Motor torkundan başlayan tork aktarımı, transfer dişli kutusunun çıkışında Eşitlik (2)'de gösterildiği gibi tanımlanmıştır:

$$\tau_{tcase-out} = \frac{\tau_{eng} \cdot i_{trans} \cdot \lambda_{trans} \cdot i_{tcase} \cdot \lambda_{tcase}}{2} \quad (2)$$

Eşitlikte gösterilen i terimleri ait olduğu parçanın dişli oranını, λ ait olduğu parçanın aktarım verimini göstermektedir. Bu bağlamda i_{trans} , i_{tcase} gösterimi şanzıman ve transfer kutusunun dişli oranlarını; λ_{trans} , λ_{tcase} gösterimleri de bu ekipmanların güç aktarım verimlerini belirtmektedir. τ_{eng} motor torkunu, $\tau_{tcase-out}$ ise transfer dişli kutusunun çıkışındaki torku göstermektedir. Transfer dişli kutusundan sonra tahrik sırasıyla, akslar arası boylamsal diferansiyel, yanal diferansiyel ve son dişli kutusu üzerinden tekerleklerle ulaşır.

Eşitlikler diferansiyel kilitlerinin açık olduğu durum için oluşturulmuştur. Bu durumda akslar arası boylamsal diferansiyel ve yanal diferansiyellerin girişindeki tork, her birinin çıkışında eşit bir şekilde yarıya bölünmektedir. Tekerlek göbeği üzerinde oluşan tork Eşitlik (3) ile hesaplanır:

$$\tau_{wheel} = \frac{\tau_{tcase-out} \cdot i_{adiff} \cdot \lambda_{adiff}}{2} \cdot \frac{i_{diff} \cdot \lambda_{diff}}{2} \cdot i_{fd} \cdot \lambda_{fd} \quad (3)$$

Eşitlikte gösterilen i_{iadiff} , i_{diff} , i_{fd} sırasıyla akslar arası boylamsal diferansiyelin, yanal diferansiyelin ve son dişli kutusunun dişli oranı; λ_{iadiff} , λ_{diff} , λ_{fd} ise ilgili dişli kutularının verimlidir. τ_{wheel} ise tekerlek göbeği üzerinde oluşan torku gösterir. Her bir tekerleğin açısal hızı hesaplanırken ise Eşitlik (4) kullanılmaktadır.

$$\tau_{wheel} - \tau_{rollres} - F_{friction} \cdot r_{wheel} = I_{eq} \cdot \dot{\omega}_{wheel} \quad (4)$$

Eşitliklerde gösterilen $\tau_{rollres}$ yuvarlanma direncini, $F_{friction}$ tekerlek modelinde üretilen boylamsal sürtünme kuvvetini, r_{wheel} tekerlek yarıçapını, I_{eq} tekerleklere indirgenmiş eşdeğer atalet momentini, ω_{wheel} ise tekerlek açısal hızını göstermektedir.

Her tekerleğin kendi eksen takımındaki boylamsal kayma oranı, aşağıdaki eşitlikteki gibi hesaplanmıştır (Eşitlik (5)).

$$\kappa_{ij} = \frac{\omega_{wheel-ij} \cdot r_{wheel} - v_{xtij}}{\omega_{wheel-ij} \cdot r_{wheel}} \quad (5)$$

Boylamsal kayma oranı hesabı yapılırken kullanılan hız vektörü, her tekerleğin kendi eksenindeki boylamsal hız vektörüdür (v_{xtij}). Bunu hesaplamak için ise tekerleğin yönelim doğrultusundaki hız vektörünün (v_{dm}), ilgili tekerleğin yanal kayma açısı (α_{ij}) kullanılarak, tekerlek eksenindeki bileşenine ayrılması ile bulunur [3] (Eşitlik (6) ve (7)).

$$v_{dmij} = \sqrt{vx_{dmij}^2 + vy_{dmij}^2} \quad (6)$$

$$v_{xtij} = v_{dmij} \cdot \cos(\alpha_{ij}) \quad (7)$$

2.3 Yük Transferi Modeli

Yük transferi hesaplamaları, araçların hızlanma ya da frenleme sırasındaki boylamsal ivmelenme ve dönüşler sırasındaki yanal ivmelenme durumlarında yere basan dik tekerlek kuvvetini hesaplamak için kullanılmaktadır. Sözü edilen hesaplar, çeyrek araç (quarter car) yaklaşımı kullanılarak kütle-yay-damper bileşenleri ile oluşturulmuştur. Her istasyonda, tekerlek kütesini temsil eden yaysız kütle (unsprung mass) bulunmaktadır. Her tekerlek kütle süspansiyon ve damper ile yaylı kütle (sprung mass) olan araç gövdesine bağlanmaktadır. Sekiz tekerlek istasyonunun araç gövdesine bağlanması sonucunda araç gövdesinin zıplama (bounce), yunuslama (pitch) ve yatış (roll) hareketleri de gözlemlenebilmektedir. Aracın bahsedilen yük transferi modeli Şekil 4'te gösterilmiştir.

Aracın yaylı ve yaysız kütlelerinin z eksenindeki hareketlerinin modellenmesinde kullanılan eşitlikler, Eşitlik (8)-(11)'de belirtilmiştir:

$$m_s \cdot \ddot{z}_s = \sum F_{Suspij} - m_s \cdot g \quad (8)$$

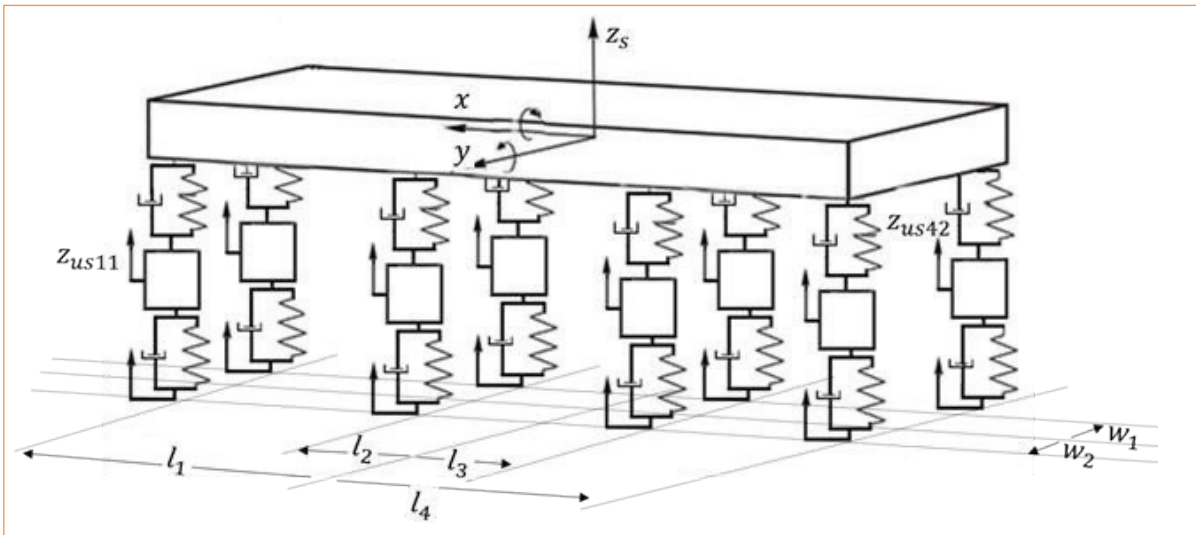
$$\dot{z}_{usij} = \dot{z}_s + w_i \cdot \dot{\Phi} + l_j \cdot \dot{\theta} \quad (9)$$

$$z_{usij} = z_s + w_i \cdot \Phi + l_j \cdot \theta \quad (10)$$

$$F_{Suspij} = F_{Springij} + F_{Damperij} \quad (11)$$

Eşitlik (11)'de geçen süspansiyon kuvveti bileşenleri aşağıdaki eşitliklerde belirtilmiştir.

$$F_{Springij} = k_{Springij} \cdot (z_{usij} - z_{sij}) \quad (12)$$



Şekil 4. Kütle-Yay-Damper Yaklaşımı İle Yük Transferi Modeli

$$F_{damperij} = c_{dampij} \cdot (\dot{z}_{usij} - \dot{z}_{sij}) \quad (13)$$

Eşitliklerde kullanılan m_s yaylı kütle, k_{spring} süspansiyon sertliği, c_{damp} damperin sönümlenme katsayısı, z_{us} aracın yaysız kütesinin (tekerlek kütesi) z eksenindeki konumu, θ ve Φ aracın sırasıyla yunuslama ve yatış açıları, F_{susp} ise ilgili süspansiyon üzerinde oluşan kuvvettir.

Yatış ve yunuslama hareketleri Eşitlik (14) ve (15) kullanılarak hesaplanır:

$$J_{xx} \cdot \ddot{\Phi} = w_1 \cdot \sum F_{Suspi1} \quad (14)$$

$$+ w_2 \cdot \sum F_{Suspi2} + m_s \cdot a_y \cdot h_{roll}$$

$$J_{yy} \cdot \ddot{\theta} = l_1 \cdot \sum F_{Susp1j} + l_2 \cdot \sum F_{Susp2j} \quad (15)$$

$$+ l_3 \cdot \sum F_{Susp3j} + l_4 \cdot \sum F_{Susp4j} + m_s \cdot a_x \cdot h_{pitch}$$

Eşitliklerde kullanılan a_x ve a_y sırasıyla x ve y eksenlerindeki araç ivme bileşenlerini, J_{xx} ve J_{yy} aracın sırasıyla x ve y eksenleri çevresindeki atalet momentini, h_{roll} ve h_{pitch} ise aracın sırasıyla yatış ve yunuslama merkezleri ile ağırlık merkezi arasındaki uzaklığı gösterir.

2.4 Tekerlek Modeli

Bu çalışmada tekerlekler, doğrusal olmayan Pacejka tekerlek modeli (Eşitlik (16)) kullanılarak oluşturulmuştur. Tekerlek testlerinden elde edilen katsayılar kullanılarak tekerlek kuvvetleri gerçekçi olarak modellenmiştir.

$$F_{Tire} = D \sin(C \arctan(B \cdot x - E(B \cdot x - \arctan(B \cdot x)))) \quad (16)$$

Eşitlikte gösterilen B, C, D ve E parametreleri deneysel olarak elde edilen lastik katsayılarıdır. F_{Tire} tekerlek kuvvetini göstermektedir. Burada boylamsal ve yanal tekerlek kuvvetleri yukarıda verilen eşitlik kullanılarak, ayrı ayrı kendi katsayıları ile hesaplanmaktadır. Burada tekerlek kuvveti temel olarak tekerleğin kayma oranı ya da kayma açısı (ortak parametre $\rightarrow x$) ve yere basan dik tekerlek kuvvetinin bir fonksiyonu olarak hesaplanmaktadır. Yere basan dik kuvvet B katsayısının hesaplanmasında kullanılmaktadır.

2.5 Araç Gövde Denklemleri Modeli

Araç gövde eşitlikleri oluşturulurken, tekerleklerden gelen

kuvvetler araç gövdesi düzlemindeki eksenlere yansıtılır ve araç üzerindeki bütün kuvvetler Newton'un ikinci yasasına göre hareket eşitliklerinde kullanılır. Araç gövdesinin boylamsal, yanal ve sapma hareketlerinin serbestlikleri aşağıdaki hareket eşitlikleri ile çözülür (Eşitlik (17)-(21)):

$$\sum F_x = m_{veh} \cdot (\dot{v}_x - v_y \cdot \dot{\psi}) = \sum F_{xij} - F_{xRes} \quad (17)$$

$$\sum F_y = m_{veh} \cdot (\dot{v}_y + v_x \cdot \dot{\psi}) = \sum F_{yij} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \sum M_z = J_{zz} \cdot \dot{\psi} = & -w_1 \cdot (F_{x11} + F_{x21} + F_{x31} + F_{x41}) \\ & + w_2 \cdot (F_{x12} + F_{x22} + F_{x32} + F_{x42}) \\ & + l_1 \cdot (F_{y11} + F_{y12}) + l_2 \cdot (F_{y21} + F_{y22}) \\ & - l_3 \cdot (F_{y31} + F_{y32}) - l_4 \cdot (F_{y41} + F_{y42}) \end{aligned} \quad (19)$$

Yukarıdaki eşitlikler ile hesaplama yapıldıktan sonra, araç eksen takımı için hesaplanan hız değerleri trigonometrik gösterimler kullanılarak global koordinat sistemine dönüştürülür. Bunlar, bir matris formunda Eşitlik (22) 'de olduğu gibi yazılabilir:

$$v_x = \int \dot{v}_x \cdot dt \quad (20)$$

$$v_y = \int \dot{v}_y \cdot dt \quad (21)$$

$$\begin{bmatrix} V_x \\ V_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & -\sin(\psi) \\ \sin(\psi) & \cos(\psi) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix} \quad (22)$$

Eşitliklerde kullanılan V_x ve V_y aracın global koordinat sistemine göre hız değerleridir. ψ ise aracın sapma açısıdır. Son olarak, global koordinat sisteminde bulunan hız değerlerinin integrali alınarak aracın global koordinat sistemindeki konumu Eşitlik (23) ve Eşitlik (24) kullanılarak bulunur.

$$X = \int V_x \cdot dt \quad (23)$$

$$Y = \int V_y \cdot dt \quad (24)$$

Eşitlikteki X ve Y değerleri, aracın ağırlık merkezinin global koordinat sistemine göre konumunu gösterir.

3. ÜÇ NOKTASI BİLİLEN BİR ÇEMBERDE YARIÇAP HESABI

Dönüş yarıçapının doğru hesaplanabilmesi için, araç sabit hızla dönüş manevrası yaparken, aracın kararlı hale

ulaşan dönüş rotası üzerinde ilgilenilen noktanın üç farklı zaman basamağındaki konumu seçilir. Bu noktalar bir çember denklemi oluşturmakta kullanılır. Oluşturulan çemberin yarıçapı, bulunmak istenen dönüş yarıçapını verecektir. Hedeflenen çember üzerinde olduğu varsayılan üç nokta

$P_1 = (x_1, y_1)$, $P_2 = (x_2, y_2)$, $P_3 = (x_3, y_3)$ şeklinde belirtilir. Bu noktalar kullanılarak Eşitlik (25) ile belirtilen çember eşitliğinin çözülmesi amaçlanmaktadır.

$$Ax^2 + Ay^2 + Bx + Cy + D = 0 \quad (25)$$

Verilen eşitlikteki katsayılar ise Eşitlik (26)-(29)'da gösterildiği şekilde hesaplanır.

$$A = x_1(y_2 - y_3) - y_1(x_2 - x_3) + x_2y_3 - x_3y_2 \quad (26)$$

$$B = (x_1^2 + y_1^2)(y_3 - y_2) + (x_2^2 + y_2^2)(y_1 - y_3) + (x_3^2 + y_3^2)(y_2 - y_1) \quad (27)$$

$$C = (x_1^2 + y_1^2)(x_2 - x_3) + (x_2^2 + y_2^2)(x_3 - x_1) + (x_3^2 + y_3^2)(x_1 - x_2) \quad (28)$$

$$D = (x_1^2 + y_1^2)(x_3y_2 - x_2y_3) + (x_2^2 + y_2^2)(x_1y_3 - x_3y_1) + (x_3^2 + y_3^2)(x_2y_1 - x_1y_2) \quad (29)$$

Hesaplanan katsayılar kullanılarak, çemberin merkez noktasının koordinatları Eşitlik (30) ve Eşitlik (31) yardımıyla bulunur.

$$x_{center} = \frac{B}{2A} \quad (30)$$

$$y_{center} = -\frac{C}{2A} \quad (31)$$

Son olarak, dönüş yarıçapı Eşitlik (32) kullanılarak hesaplanır:

$$R = \sqrt{\frac{B^2 + C^2 - 4AD}{4A^2}} \quad (32)$$

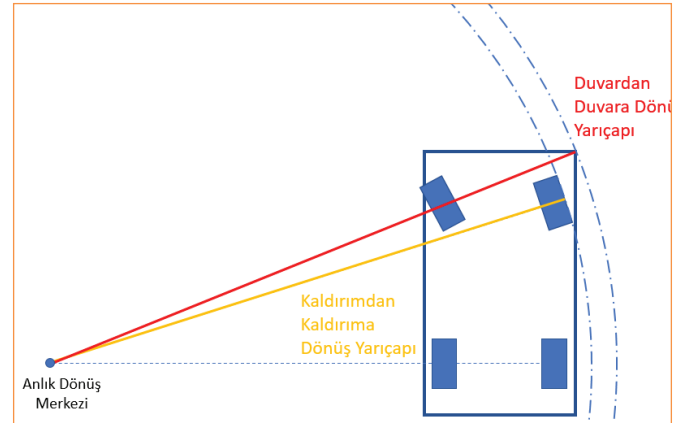
Anlatılan bu hesaplama yöntemi, araç üzerindeki herhan-

gi bir noktanın dönüş yarıçapını hesaplamakta kullanılabilir. Bir sonraki bölümde de anlatılacağı üzere, yapılması gereken tek şey, dönüş yarıçapı hesabında kullanılacak gerekli noktaların konumlarının her benzetim zaman adımı global koordinat sistemine göre hesaplanmasıdır.

4. ARAÇTA DÖNÜŞ YARIÇAPI HESAPLARI

Kaldırımdan kaldırıma dönüş yarıçapı, bir aracın yapabileceği en düşük dönüş yarıçapını tanımlar. Dönüş sırasında aracın yol kenarına en yakın olan kısmı tekerlek yarıçapları olduğu için hesaplamalar bu noktalar kullanılarak yapılır. Dümenlenen tekerlekler arasından dönüş yarıçapı en yüksek hesaplanan tekerleğin dış yanağının dönüş merkezine uzaklığı, kaldırımdan kaldırıma dönüş yarıçapını belirtmektedir.

Duvardan duvara dönüş yarıçapı ise aracın gövdesinin hareket yarıçapını belirtir. Bu yarıçap değeri, araç gövdesi üzerindeki noktalar arasından aracın anlık dönme merkezine en uzak olanı kullanılarak hesaplanır. Sola dönüş manevrası yapan bir aracın örnek dönüş yarıçapları Şekil 5'te gösterilmiştir.

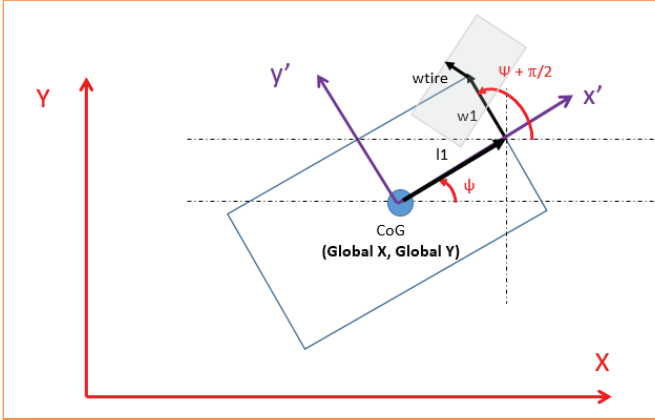


Şekil 5. Kaldırımdan Kaldırıma ve Duvardan Duvara Dönüş Yarıçapı Görsel Gösterimi

4.1 Kaldırımdan Kaldırıma Dönüş Yarıçapı Hesabı

Sola doğru dönen bir aracın ağırlık merkezinin tekerleğin dış tarafta kalan yanağına olan uzaklığı Şekil 6'daki vektörlerin $(\vec{l}_1, \vec{w}_1, \vec{w}_{tire})$ toplanması ile elde edilir. Bu şekilde kullanılan w_{tire} tekerlek kalınlığının yarısını, δ tekerleğe ait dümenleme açısını belirtmektedir.

Aracın ağırlık merkezi ile örnekte verilen sol ön tekerleğin dış yanağı arasındaki ilişki, aracın ağırlık merkezinin de bulunduğu araç değişkenleri arasında kinematik ilişkiler



Şekil 6. Aracın Sol Ön Tekerleğin Yanağının Ağırlık Merkezine Göre Olan Konumu

kullanılarak x ve y koordinatlarında yazılabilir (Eşitlik (33) ve (34)).

$$X_{kerb} = X + l_i \cos(\psi) + w_j \cos\left(\frac{\pi}{2} + \psi\right) + w_{tire} \cos\left(\frac{\pi}{2} + \psi + \delta_{ij}\right) \quad (33)$$

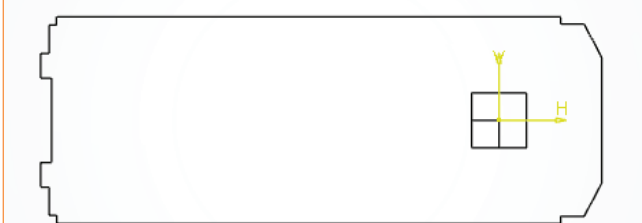
$$Y_{kerb} = Y + l_i \sin(\psi) + w_j \sin\left(\frac{\pi}{2} + \psi\right) + w_{tire} \sin\left(\frac{\pi}{2} + \psi + \delta_{ij}\right) \quad (34)$$

Belirtilen eşitlikler kullanılarak, araçtaki tüm tekerlekler için benzer noktalar bulunur. Daha sonra, manevranın kararlı hale geldiği zaman aralığında, ilgili araç noktası için farklı çözüm basamaklarından elde edilen 3 nokta seçilerek 3. bölümde anlatılan yöntem ile dönüş yarıçapı hesaplanır. Elde edilen sonuçların arasındaki en büyük değer, aracın kaldırımdan kaldırıma dönüş yarıçapıdır.

4.2 Duvardan Duvara Dönüş Yarıçapı Hesabı

Duvarдан duvara dönüş yarıçapı hesaplanabilmesi için araç gövdesi üzerindeki sınır noktaları bilinmelidir. Bu çalışmada Catia yazılımı kullanılarak aracın kuş bakışı sınır geometrisi (Şekil 7) düz çizgilerden oluşturulmuş, bu geometrinin verileri, "*.wrl" formatında dışa aktarılmıştır.

*.wrl uzantılı dosyalar sanal gerçeklik modelleme dili-



Şekil 7. Aracın Kuş Bakışı Sınır Geometrisi

Kod Örgüsü 1

```
...
Shape {
  appearance Appearance {
    material USE _material1
  }
  geometry IndexedLineSet {
    coord Coordinate {
      point [
        -3000 -500 0,
        -3000 -1000 0,
      ]
    }
    coordIndex [0 1 -1,]
  }
}
...
```

Kod Örgüsü 2

Kod Örgüsü n

Şekil 8. Catia Yazılımından Dışa Aktarılan *.wrl Dosyasında Kayıtlı Bir Sınır Geometrisi Çizgisini Oluşturan Noktaların Koordinatları

nin uzantısı olan bir dosya formatıdır [5] (Virtual Reality Modeling Language - VRML). Bu çalışmada kullanılmasının amacı, oluşturulan geometrideki köşe noktalarının koordinatlarının bu dosya formatı içerisinde tutulması ve kolayca erişilebilir olmasıdır. Herhangi bir "text" okuma programı ile açılabilen *.wrl dosyasından örnek kod satırları Şekil 8'de gösterilmiştir. Sınır geometrisinde bulunan köşe noktalarının *.wrl dosyasında kendini tekrar eden kod yapıları şeklinde kaydedildiği görülmektedir. Matlab'da oluşturulan bir kod yardımı ile bu yapılar içerisinde koordinat noktaları otomatik olarak saptanır ve tüm sınır geometrisi noktalarının koordinatları bir matris içerisinde kaydedilir. Katı modelden alınan sınır geometri koordinatları daha sonra aracın aks pozisyonlarına göre olan konumu X ve Y koordinatlarında gözetilerek benzetim modelinde konumlandırılmıştır (Şekil 9).

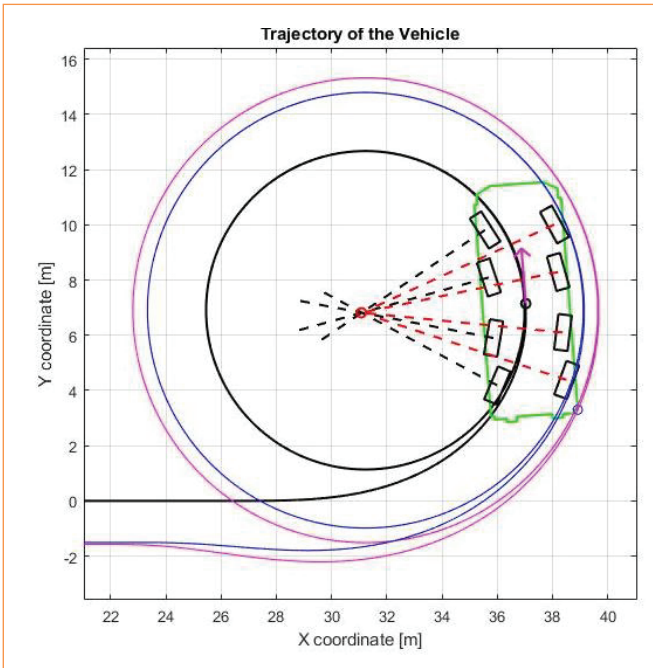
Belirtilen noktaların her çözüm basamağındaki konumu dönüşüm matrisi kullanılarak hesaplanır. Hesaplanma yöntemi Eşitlik (35)'de verilmiştir:

$$\begin{bmatrix} X_f \\ Y_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & -\sin(\psi) & dx \\ \sin(\psi) & \cos(\psi) & dy \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ 1 \end{bmatrix} \quad (35)$$

Bu eşitlikte kullanılan i alt karakteri, koordinatların ilk durumunu, f alt karakteri ise bir sonraki çözüm basamağındaki durumunu gösterir. Ayrıca d_x ve d_y de iki zaman basamağı arasında aracın x ve y eksenlerinde aldığı uzak-

liğı belirtir. Bu matris, bir noktanın iki adım arasında hem öteleme, hem de dönme hareketi sonucu aldığı toplam uzaklığı hesaplayarak bir sonraki adımda global koordinatlara göre hangi konumda olacağını bulmaktadır.

Anlatılan yöntem kullanılarak, araç sınır geometrisi noktalarının dönüş manevrası sırasındaki tüm anlık konumları hesaplanmış olur ve bu değerler bir matriste tutulur. Duvardan duvara dönüş yarıçapı hesaplaması için, dönüş manevrasının kararlı olduğu zaman aralığında, her bir sınır geometrisi noktasının farklı zaman basamaklarındaki 3 konumu seçilir ve 3 noktası bilinen çemberde yarıçap hesabı yöntemi kullanılarak her bir sınır noktası için dönüş yarıçapı hesaplanır (Bölüm 3). Elde edilen sonuçların arasındaki en büyük değer bulunarak aracın duvardan duvara dönüş yarıçapı hesaplanmış olur. Her iki dönüş yarıçapı da, araç geometrisi ile beraber benzetim sonuçları kullanılarak Şekil 9'daki gibi görselleştirilir. Gösterilen örnekteki araçta kaldırımdan kaldırıma dönüş yarıçapı sağ en arka tekerlekte, duvardan duvara dönüş yarıçapı ise sağ en arkadaki köşede çıkmıştır. Tekerleklerin dümenleme açısı ve araç parametreleri, bahsedilen senaryoda bundan farklı sonuçların oluşmasına neden olabilmektedir.



Şekil 9. Benzetim İle Dönüş Yarıçapı Hesabı

4.3 Test ile Doğrulama

Dönüş yarıçapı test edilmek istenen araçların gövdelelerinde uygun konumlara, devamlı olarak iz bırakan bir işaretleme sistemi bağlanır (Şekil 10). Aracın dönüş ma-

nevrasını tamamlamasının ardından parkurda oluşan iz, şerit metre yardımıyla ölçülür ve aracın dönüş yarıçapı hesaplanmış olur.



Şekil 10. Dönüş Yarıçapı Hesaplamak İçin Test Yöntemi

Tablo 2'de özellikleri paylaşılan araçların testlerinden elde edilen veriler ve benzetim sonuçları karşılaştırılmalı olarak Tablo 3 ve Tablo 4'te normalize değerler üzerinden paylaşılmıştır. Burada Araç 1'in kaldırımdan kaldırıma dönüş yarıçapı "100" normalize birimsiz değeri kabul edilerek, diğer sonuçlar da bu değere oranla paylaşılmıştır. Görüleceği üzere, raporda aktarılan benzetim yöntemleri kullanılarak kaldırımdan kaldırıma dönüş yarıçapı hesabı %3, duvardan duvara dönüş yarıçapı hesabı ise yaklaşık %4 hata bandından hesaplanabilmektedir.

Tablo 3. Araçların Kaldırımdan Kaldırıma Dönüş Yarıçapı Hesaplarının Test Sonuçları ile Karşılaştırılması

Özellikler	Araç 1	Araç 2
Kaldırımdan Kaldırıma Dönüş Yarıçapı Normalize Edilmiş Test Sonucu	100.0	95.2
Hesaplanan Normalize Değer	98.9	97.7
Fark (%)	-1.1	+2.5

Tablo 4. Araçların Duvardan Duvara Dönüş Yarıçapı Hesaplarının Test Sonuçları ile Karşılaştırılması

Özellikler	Araç 1	Araç 2
Duvarın Duvara Dönüş Yarıçapı Normalize Edilmiş Test Sonucu	105.3	99.7
Hesaplanan Normalize Değer	105.6	104.0
Fark (%)	+0.3	+4.3

5. SONUÇ

Bu çalışmada 8x8 tekerlekli bir aracın matematiksel denklemler ile oluşturulan Matlab Simulink modeli kullanılarak sistem gereksinimlerini doğrulamak amacıyla dönüş yarıçapı hesabının, testler ile karşılaştırılması anlatılmıştır.

Sözü edilen araç modeli; boylamsal, yanal ve düşey dinamik hareket denklemlerinin ayrıntılarını içeren kapsamlı bir modeldir. Şoförün uyguladığı pedal pozisyonu ve tekerleklerin dümenleme açıları temel girdileri kullanılarak, modelin alt sistem bloklarının kendi aralarında veri alışverişi sonucunda boylamsal ve yanal tekerlek kuvvetleri hesaplanmaktadır. Hesaplanan tekerlek kuvvetleri ile aracın hareket eşitlikleri oluşturularak aracın ağırlık merkezinin ivme, hız ve pozisyon durumları hesaplanmıştır.

Araç üzerindeki noktaların konumunun anlık olarak hesaplanması, aracın ağırlık merkezinin konumunun ilgili diğer uzaklık ölçümleri ile belirli kinematik ilişkiler içerisinde kullanılmasıyla gerçekleştirilir. Gerek kaldırımdan kaldırıma dönüş yarıçapı hesabı, gerekse duvardan duvara dönüş yarıçapı hesabı bu esasa dayanmaktadır.

Kaldırımdan kaldırıma dönüş yarıçapı hesabında kullanılan tekerlek dış duvar konumu, dümenleme açısı bilinen tekerleklerdeki dış çeperin, araç ağırlık merkezine göre vektörel konumunun her çözüm adımında hesaplanması ile bulunmaktadır. Duvardan duvara dönüş yarıçapı hesabında ise katı modelden elde edilen sınır geometrisi noktalarının her çözüm adımındaki güncel konumları, dönüşüm matrisi kullanılarak hesaplanmaktadır. Her iki yöntemde de farklı zaman adımlarında belirlenen noktalar, üç noktası bilinen çemberdeki dönüş yarıçapı hesaplama yöntemi için ilgili yarıçap hesabında kullanılmıştır.

Temel değişkenleri yazıda paylaşılan iki aracın kaldırımdan kaldırıma ve duvardan duvara dönüş yarıçapı değerleri, daha önce anlatılan matematiksel model kullanılarak hesaplanmıştır. Daha sonra, her iki aracın dönüş yarıçapı değerleri gerçek test ortamında ölçülmüş ve benzetim sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Her iki araç için de öngörülen değerler ve test ile elde edilen tüm sonuçlar arasındaki fark %4'in altındadır. Bu durum, yazımızda anlatılan matematiksel sistem modellemesi yönteminin

gerçek araç dinamiği ile uyumlu sonuçlar oluşturduğunu göstermektedir.

SEMBOLLER

a, α_x, α_y	Araç ivmesi ve araç koordinat düzlemindeki bileşenleri (m/s ²)
C_{damp}	Damper sönümlenme katsayısı (Ns/m)
F_{damper}	Süspansiyon damper kuvveti (N)
$F_{friction}$	Sürtünme Kuvveti (N)
F_{susp}	Süspansiyon kuvveti (N)
F_{spring}	Süspansiyon yay kuvveti (N)
$F_{X_{ij}}, F_{Y_{ij}}$	Araç koordinat sistemine göre tekerlek kuvvetleri (N)
g	Yerçekimi ivmesi (m/s ²)
h_{pitch}	Yunuslama merkezi yüksekliği (m)
h_{roll}	Yatış merkezi yüksekliği (m)
I_{eq}	Güç aktarma organları eşdeğer atalet momenti (kgm ²)
i	Aks Numarası
$I_{transfer}, I_{tcaser}, I_{iadiff}, I_{diff}, I_{fd}$	Şanzıman, Transfer kutusu, dingiller arası (boylamsal) diferansiyel, yanal diferansiyel ve son dişli kutusu dişli oranları
J_{xx}, J_{yy}, J_{zz}	x, y ve z eksenleri çevresindeki araç gövdesi atalet momenti (kgm ²)
j	Dingil üzerindeki tekerlek numarası (sol tekerlek için 1, sağ tekerlek için 2)
k_{spring}	Süspansiyon sertliği (N/m)
l_i	i numaralı dingilin araç ağırlık merkezine göre boylamsal uzaklığı (m)
m_{veh}	Araç toplam ağırlığı (kg)
m_s	Yaylı kütle ağırlığı (kg)
m_{us}	Yaysız kütle ağırlığı (kg)
R	Dönüş yarıçapı (m)
r_{wheel}	Dinamik tekerlek yarıçapı (m)

V, V_x, V_y	Araç hızı ve global koordinat düzlemindeki bileşenleri		arası (boylamsal) diferansiyel, yanar diferansiyel ve son dişli kutusu ve rimleri
v, v_x, v_y	Araç hızı ve araç koordinat düzlemindeki bileşenleri (m/s)	$\tau_{rollres}$	Yuvarlanma direnci torku (Nm)
$v_{dmr}, v_{xdmr}, v_{ydmr}$	Tekerlek hareketi doğrultusundaki hızı ve tekerlek koordinatlarındaki bileşenleri (m/s)	$\Phi, \dot{\Phi}, \ddot{\Phi}$	Yatış (Roll) açısı (rad), hızı (rad/s) ve ivmesi (rad/s ²)
v_{tr}, v_{xt}, v_{yt}	Tekerlek hızı ve tekerlek koordinat sistemine göre bileşenleri (m/s)	$\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}$	Yunuslama (Pitch) açısı (rad), hızı (rad/s) ve ivmesi (rad/s ²)
w_j	j numaralı sağ veya sol tekerleğin araç ağırlık merkezine göre yanar uzaklığı (m)	$\omega_{wheelr}, \dot{\omega}_{wheel}$	Tekerleğin açısal hızı (rad/s) ve ivmesi (rad/s ²)
X, Y	Araç konumu, Global koordinat düzlemine göre (m)	κ	Tekerlek boylamsal kayması
x_n, y_n	Çember denklemi için kullanılan nokta koordinatları (m)		
Z, \dot{Z}, \ddot{Z}	Z ekseninde konum (m), hız (m/s) ve ivme (m/s ²)		
α	Tekerlek yanar kayma açısı (rad)		
δ	Tekerleklerin dümenleme açısı (rad)		
$\Psi, \dot{\Psi}, \ddot{\Psi}$	Sapma (Yaw) açısı (rad), hızı (rad/s) ve ivmesi (rad/s ²)		
$\tau_{eng}, \tau_{wheel}, \tau_{case-out}$	Motor, tekerlek göbeği girişi ve transfer kutusu çıkış torkları (Nm)		
$\lambda_{trans}, \lambda_{caser}, \lambda_{radiff}, \lambda_{diff}, \lambda_{fd}$	Şanzıman, Transfer kutusu, dingiller		

KAYNAKÇA

1. **Gocer, I., Yazici B., Ciloglu C.,** Full vehicle modeling of an 8x8 vehicle for safety critical asymmetric braking phenomenon, 10th International Automotive Technologies Congress, OTEKON 2020
2. **Pacejka, H. B.** (2012). Tire and Vehicle Dynamics
3. **Setiawan, J. D., Safarudin, M., & Singh, A.** (2009). Modeling, simulation and validation of 14 DOF full vehicle model. International Conference on Instrumentation, Communication, Information Technology, and Biomedical Engineering 2009.
4. **Khisbullah H.,** Pneumatically Actuated Active Suspension System for Reducing Vehicle and Squat, Jurnal Mekanikal, 2009, No. 28, 85-114
5. WRL File Extension, <https://fileinfo.com/extension/wrl>